

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z



كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الرابعة

اسئلة ووراش محلولة

ميكانيك الكمر ٢

A 2 Z LIBRARY

مكتبة A to Z : Facebook Group

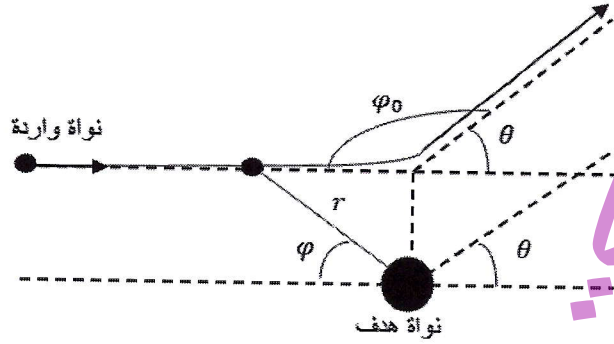
كلية العلوم (فيزياء ، كيمياء ، رياضيات ، علم الحياة)

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app) على الرقم 0931497960 TEL:

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

الجواب الأول (20 درجة):

الرسم (4 درجات)



عندما $r \rightarrow \infty$ فإن قيمة ϕ محددة ولتكن ϕ_0 ، وتكون زاوية التبعثر في هذه الحالة

$$\theta = \pi - \phi_0 \Rightarrow \phi_0 = \pi - \theta \text{ (درجة 2)}$$

نبدل في العلاقة:

$$\frac{1}{\infty} = 0 = \frac{1}{b} \sin \phi_0 + \frac{D}{2b^2} (\cos \phi_0 - 1) \text{ (درجة 2)}$$

$$-\frac{1}{b} \sin \phi_0 = \frac{D}{2b^2} (\cos \phi_0 - 1) \Rightarrow -\sin \phi_0 = \frac{D}{2b} (\cos \phi_0 - 1) \text{ (درجة 2)}$$

$$-\sin(\pi - \theta) = \frac{D}{2b} (\cos(\pi - \theta) - 1)$$

$$\sin(\pi - \theta) = \sin \theta, \cos(\pi - \theta) = -\cos \theta \text{ (درجة 2)}$$

$$\Rightarrow -\sin(\theta) = \frac{D}{2b} (-\cos(\theta) - 1) \Rightarrow \sin(\theta) = \frac{D}{2b} (\cos(\theta) + 1) \text{ (درجة 2)}$$

$$\sin(\theta) = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \text{ (درجة 2)}, \cos(\theta) = 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \text{ (درجة 2)}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} = \frac{D}{2b} (2 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}) = \frac{D}{b} \cos^2 \frac{\theta}{2} \text{ (درجة 2)}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \frac{\theta}{2} = \frac{D}{b} \cos \frac{\theta}{2} \Rightarrow \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} = \frac{2b}{D} \Rightarrow \cot \frac{\theta}{2} = \frac{2b}{D} \text{ (درجة 2)}$$

الجواب الثاني (30 درجة):

1- نكتب معادلة ديراك بالشكل:

$$(2 \text{ درجة}) \quad (\hat{E} - \hat{H}_D) \Psi = 0$$

حيث يقابل المؤثران العبارتين التاليتين:

$$(2 \text{ درجة}) \quad \hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} , \quad (2 \text{ درجة}) \quad \hat{H}_D = c\alpha_n \hat{p}_n + \rho_3 m_0 c^2$$

2- عند وجود حقل كهرومغناطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$ ، يأخذ المؤثران السابقان

الصيغتين التاليتين:

$$(2 \text{ درجة}) \quad \hat{F} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - e\phi , \quad (2 \text{ درجة}) \quad \hat{p} = -i\hbar \vec{\nabla} - \frac{e}{c} \vec{A}$$

وبالتالي تؤول معادلة ديراك بوجود حقل كهرومغناطيسي إلى الصيغة التالية:

$$(2 \text{ درجة}) \quad [\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2] \Psi = 0 \quad ; \quad n = 1, 2, 3$$

3- الشكل المرافق لمعادلة ديراك الأخيرة هو:

$$(2 \text{ درجة}) \quad \Psi^+ [\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2] = 0$$

4- تُعطى مصفوفات ديراك رباعية القياس بالشكل التالي: (لكل مصفوفة درجتان)

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} , \quad \alpha_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & +i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ +i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

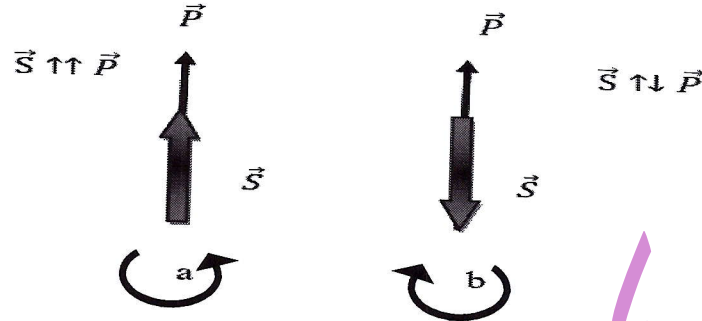
$$\alpha_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} , \quad \alpha_0 = \rho_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

5- الاستقطابية أو الحلزنة (الحلزنة هي اتجاه الحركة الدورانية للجسيم حول نفسه بالنسبة

لاتجاه اندفاعه) (2 درجة) ، نعرّف مؤثر الاستقطابية بالعلاقة التالية:

$$(2 \text{ درجة}) \quad \hat{\Lambda}_s = \hat{S} \cdot \frac{\hat{p}}{|p|}$$

تظهر الاستقطابية بوضوح من مسقط السبين على اتجاه حركة الإلكترون كما هو مبين في الشكل التالي، حيث يُمثل الشكل a الاستقطاب الموجب اليميني ($S_R = +1$)، أمّا الشكل b فيمثل الاستقطاب السالب اليساري ($S_L = -1$) للإلكترون. (الرسم 4 درجات)

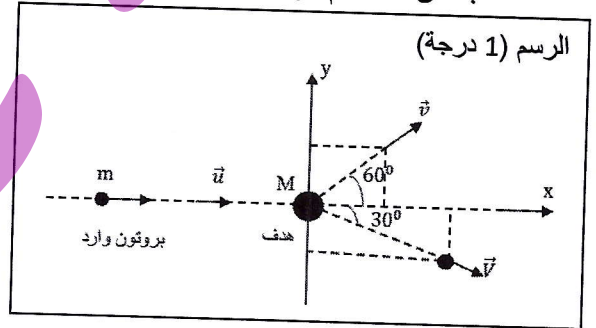


الجواب الثالث (20 درجة):

بما أنّ التصادم مرّن فإنّ مبدأ انحفاظ الاندفاع ومبدأ انحفاظ الطاقة محققان وبالتالي نستطيع أن نكتب:

$$0 + \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 \quad (2 \text{ درجة})$$

طاقة الجملة الحركية بعد التصادم = طاقة الجملة الحركية



نضرب طرفي العلاقة بـ $\frac{2}{m}$ ، نجد:

$$u^2 = v^2 + \frac{M}{m}V^2 \quad (2 \text{ درجة})$$

(1)

نكتب حسب مبدأ انحفاظ الاندفاع:

$$0 + m\vec{u} = m\vec{v} + M\vec{V} \quad (2 \text{ درجة})$$

نسقط هذه العلاقة المتجهة على جملة محاور إحداثية متعامدة xoy فيها محور السينات منطبق على اتجاه الورود.

1- بالإسقاط على محور السينات ox نجد:

$$mu = mv \cos(60^\circ) + MV \cos(30^\circ) = \frac{mv}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}MV$$

$$\Rightarrow u = \frac{v}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2m} MV \quad (2) \text{ (درجة 2)}$$

2- بالإسقاط على محور العينات oy نجد:

$$0 = mv \sin(60^\circ) - MV \sin(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} mv - \frac{MV}{2}$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{\sqrt{3}}{2} mv - \frac{MV}{2} \quad (2) \text{ (درجة 2)} \quad (3)$$

من العلاقة (3):

$$\frac{\sqrt{3}}{2} mv = \frac{MV}{2} \Rightarrow v = \frac{MV}{\sqrt{3}m} \quad (2) \text{ (درجة 2)}$$

نعوض في العلاقة (2):

$$u = \frac{MV}{2\sqrt{3}m} + \frac{\sqrt{3}}{2m} MV = \frac{MV}{2\sqrt{3}m} \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right) + \frac{\sqrt{3}}{2m} MV = \frac{\sqrt{3}}{6m} MV + \frac{\sqrt{3}}{2m} MV$$

$$= \frac{\sqrt{3}MV + 3\sqrt{3}MV}{6m} = \frac{4\sqrt{3}MV}{6m} = \frac{2\sqrt{3}MV}{3m} \quad (2) \text{ (درجة 2)}$$

نعوض في العلاقة (1) نجد:

$$\left(\frac{2\sqrt{3}MV}{3m} \right)^2 = \left(\frac{MV}{\sqrt{3}m} \right)^2 + \frac{M}{m} V^2 \quad (2) \text{ (درجة 2)}$$

$$\Rightarrow \frac{12M^2V^2}{9m^2} = \frac{M^2V^2}{3m^2} + \frac{M}{m} V^2 \Rightarrow \frac{4M^2}{3m^2} = \frac{M^2}{3m^2} + \frac{M}{m}$$

$$\Rightarrow \frac{4M^2}{3m^2} - \frac{M^2}{3m^2} = \frac{M}{m} \Rightarrow \frac{M^2}{m^2} = \frac{M}{m} \Rightarrow \frac{M}{m} = 1 \Rightarrow M = m \quad (2) \text{ (درجة 2)}$$

أي الهدف هو بروتون. (1 درجة)

الجواب الرابع (20 درجة):

$$1) \hat{P} = \frac{1}{\sqrt{m\omega\hbar}} \hat{p} = \frac{1}{\sqrt{m\omega\hbar}} \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) = \frac{-i\hbar}{\sqrt{m\omega\hbar}} \frac{\partial}{\partial Q} \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{-i\hbar}{\sqrt{m\omega\hbar}} \frac{\partial}{\partial Q} \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} = -i \frac{\partial}{\partial Q} \Rightarrow \hat{P} = -i \frac{\partial}{\partial Q} \text{ (درجة 2)}$$

$$2) [\hat{P}, \hat{Q}]f(Q) = \left[-i \frac{\partial}{\partial Q}, \hat{Q} \right] f(Q) = \left(-i \frac{\partial}{\partial Q} \hat{Q} + i \hat{Q} \frac{\partial}{\partial Q} \right) f(Q) = -i \frac{\partial}{\partial Q} (\hat{Q} \cdot f) + i \hat{Q} \frac{\partial f}{\partial Q} = -if - i \hat{Q} \frac{\partial f}{\partial Q} + i \hat{Q} \frac{\partial f}{\partial Q} = -if$$

$$\Rightarrow [\hat{P}, \hat{Q}]f(Q) = -if(Q) \Rightarrow [\hat{P}, \hat{Q}] = -i \text{ (درجة 2)}$$

3) يتحول H إلى الصيغة التالية بدلالة المؤثرين $\hat{Q}$ و $\hat{P}$:

$$H = \frac{\hbar\omega}{2} (\hat{P}^2 + \hat{Q}^2) \text{ (درجة 2)}$$

بما أن المؤثر $\hat{a}$ يعرف بالعلاقة التالية فالمرافق الهرميتي له:

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}) \text{ (درجة 2)} \Rightarrow \hat{a}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) \text{ (درجة 2)}$$

نحسب المبدل $[\hat{a}, \hat{a}^+]$:

$$\begin{aligned} [\hat{a}, \hat{a}^+] &= \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}), \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) \right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) - \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}) \\ &= \frac{1}{2} (\hat{Q}^2 + i\hat{P}\hat{Q} - i\hat{P}\hat{Q} + \hat{P}^2) - \frac{1}{2} (\hat{Q}^2 - i\hat{P}\hat{Q} + i\hat{P}\hat{Q} + \hat{P}^2) \\ &= i\hat{P}\hat{Q} - i\hat{P}\hat{Q} = i(\hat{P}\hat{Q} - \hat{P}\hat{Q}) = i[\hat{P}, \hat{Q}] = i(-i) \\ &= 1 \text{ (درجة 2)} \end{aligned}$$

نعبّر عن الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$:

$$\hat{a}\sqrt{2} = \hat{Q} + i\hat{P}, \quad \hat{a}^+\sqrt{2} = \hat{Q} - i\hat{P}$$

$$\hat{Q} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\hat{a} + \hat{a}^+) \quad (*) \quad \text{(درجة 2)} \quad \text{بالجمع نجد:}$$

$$\hat{P} = \frac{i\sqrt{2}}{2} (\hat{a}^+ - \hat{a}) \quad (**) \quad \text{(درجة 2)} \quad \text{وبالطرح نجد:}$$

نربع (*) و(**) ونجمعهما، فنجد:

$$\hat{Q}^2 + \hat{P}^2 = \hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a} \quad (2\text{درجة}) \quad (***)$$

نعود إلى علاقة الهاميلتوني H ونعوض:

$$H = \frac{\hbar\omega}{2} (\hat{P}^2 + \hat{Q}^2) = \frac{\hbar\omega}{2} (\hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a}) \quad (2\text{درجة})$$

وهو الشكل الجديد للهاميلتوني بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$.

مدّرس المقرر: د. سمر عمران

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح



مكتبة

At 10

جامعة طرطوس - كلية العلوم - قسم الفيزياء	تاريخ الامتحان	مقرر ميكانيك كم-2 س ⁴ ف
العام الدراسي 2024-2025 م - الفصل الدراسي الثاني	13- 8 - 2025	الدرجة: 90 (تسعون)
مدة الامتحان: ساعتان		اسم الطالب:

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول (20 درجة):

لدينا جسيمة واردة شحنتها q_1 وطاقتها الحركية E تتشتت على جسيمة أخرى ثقيلة شحنتها q_2 ومستقرة، والمطلوب: أوجد المقطع العرضي التفاضلي لهذا التشتت علماً أن العلاقة التي تربط بارامتر الصدم b بزاوية التشتت θ هي: $b = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E} \right) \cot \frac{\theta}{2}$

السؤال الثاني (20 درجة):

عند دراسة الهزاز التوافقي بلغة المؤثرات نكتب الهاميلتوني بالصيغة التالية $H = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}mw^2\hat{x}^2$ ونجري التحويل التالي $\hat{Q} = \sqrt{\frac{mw}{\hbar}}\hat{x}$ ، $\hat{P} = \frac{1}{\sqrt{m\hbar w}}\hat{p}$ والمطلوب:

- 1) أوجد العلاقة بين المؤثرين $\hat{Q}$ و $\hat{P}$ ؟
- 2) احسب المبدل $[\hat{P}, \hat{Q}] f(\hat{Q})$ ؟
- 3) أوجد صيغة الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$ علماً أن المؤثر $\hat{a}$ يأخذ الصيغة التالية: $\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} + i\hat{P})$

السؤال الثالث (30 درجة):

- 1- اكتب الشكل العام لمعادلة ديراك موضحاً كلّ مكون من مكوناتها؟
- 2- كيف تصبح هذه المعادلة بوجود حقل كهرومغناطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$ ؟
- 3- ما هو الشكل المرافق لهذه الصيغة الأخيرة؟
- 4- اكتب مصفوفات ديراك رباعية القياس؟
- 5- عرّف الاستقطابية أو الحزنة واكتب العلاقة الرياضية المعبرة عن مؤثر الاستقطابية موضحاً نوعي الاستقطاب بالرسم؟

السؤال الرابع (20 درجة):

يرد بروتون كتلته m بسرعة u على هدف ساكن كتلته M ثم يتشتت بسرعة v منحرفاً بزاوية 60° عن اتجاه وروده، ويتشتت الهدف بفعل التصادم المرن بسرعة V منحرفاً بزاوية 30° عن اتجاه ورود البروتون، والمطلوب: ماهي كتلة الجسيم الهدف وما هي ماهيته؟ وضح ذلك بالرسم.

سَلَم تصحيح امتحان مقرر ميكانيك كم 2 لطلاب⁴ ف- كلية العلوم - جامعة طرطوس- الدورة
الفصلية الثانية للعام الدراسي 2024-2025

الجواب الأول (20 درجة):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin \theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right| \quad (3 \text{ درجة})$$

$$b = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi \epsilon_0 E} \right) \cot \frac{\theta}{2} = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi \epsilon_0 E} \right) \left(\frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} \right) \quad (3 \text{ درجة})$$

$$\frac{db}{d\theta} = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi \epsilon_0 E} \right) \left(-\frac{1}{2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \right) \quad (3 \text{ درجة})$$

$$\left| \frac{db}{d\theta} \right| = \frac{q_1 q_2}{8\pi \epsilon_0 E 2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \quad (3 \text{ درجة})$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\sin \theta} \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi \epsilon_0 E} \right) \left(\frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} \right) \frac{q_1 q_2}{8\pi \epsilon_0 E 2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \quad (3 \text{ درجة})$$

$$= \frac{1}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}} \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi \epsilon_0 E} \right) \left(\frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} \right) \frac{q_1 q_2}{8\pi \epsilon_0 E 2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)}$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{q_1 q_2}{16\pi \epsilon_0 E \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \right)^2 \quad (3 \text{ درجة})$$

حيث: $\sin \theta = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$ (2 درجة)

الجواب الثاني (20 درجة):

$$1) \hat{P} = \frac{1}{\sqrt{m\omega\hbar}} \hat{p} = \frac{1}{\sqrt{m\omega\hbar}} \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) = \frac{-i\hbar}{\sqrt{m\omega\hbar}} \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \frac{\partial \hat{Q}}{\partial x} = \frac{-i\hbar}{\sqrt{m\omega\hbar}} \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} = -i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \Rightarrow \hat{P} = -i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$2) [\hat{P}, \hat{Q}] f(\hat{Q}) = \left[-i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}}, \hat{Q} \right] f(\hat{Q}) = \left(-i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \hat{Q} + i \hat{Q} \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \right) f(\hat{Q}) = -i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} (\hat{Q} \cdot f) + i \hat{Q} \frac{\partial f}{\partial \hat{Q}} = -i f - i \hat{Q} \frac{\partial f}{\partial \hat{Q}} + i \hat{Q} \frac{\partial f}{\partial \hat{Q}} = -i f$$

$$\Rightarrow [\hat{P}, \hat{Q}] f(\hat{Q}) = -i f(\hat{Q}) \Rightarrow [\hat{P}, \hat{Q}] = -i \quad (2 \text{ درجة})$$

(3) يتحول H إلى الصيغة التالية بدلالة المؤثرين $\hat{Q}$ و $\hat{P}$:

$$H = \frac{\hbar\omega}{2} (\hat{P}^2 + \hat{Q}^2) \text{ (درجة 2)}$$

بما أن المؤثر $\hat{a}$ يعرف بالعلاقة التالية فالمرافق الهرميتي له:

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}) \text{ (درجة 2)} \Rightarrow \hat{a}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) \text{ (درجة 2)}$$

نحسب المبدل $[\hat{a}, \hat{a}^+]$:

$$\begin{aligned} [\hat{a}, \hat{a}^+] &= \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}), \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) \right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) - \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}) \\ &= \frac{1}{2} (\hat{Q}^2 + i\hat{P}\hat{Q} - i\hat{P}\hat{Q} + \hat{P}^2) - \frac{1}{2} (\hat{Q}^2 - i\hat{P}\hat{Q} + i\hat{Q}\hat{P} + \hat{P}^2) \\ &= i\hat{P}\hat{Q} - i\hat{P}\hat{Q} = i(\hat{P}\hat{Q} - \hat{P}\hat{Q}) = i[\hat{P}, \hat{Q}] = i(-i) \\ &= 1 \text{ (درجة 2)} \end{aligned}$$

نعبّر عن الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$:

$$\hat{a}\sqrt{2} = \hat{Q} + i\hat{P}, \quad \hat{a}^+\sqrt{2} = \hat{Q} - i\hat{P}$$

$$\hat{Q} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\hat{a} + \hat{a}^+) \quad (*) \quad \text{(درجة 2)} \quad \text{بالجمع نجد:}$$

$$\hat{P} = \frac{i\sqrt{2}}{2} (\hat{a}^+ - \hat{a}) \quad (**) \quad \text{(درجة 2)} \quad \text{وبالطرح نجد:}$$

نربع (*) و(**) ونجمعهما، فنجد:

$$\hat{Q}^2 + \hat{P}^2 = \hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a} \quad \text{(درجة 2)} \quad (***)$$

نعود إلى علاقة الهاميلتوني H ونعوض:

$$H = \frac{\hbar\omega}{2} (\hat{P}^2 + \hat{Q}^2) = \frac{\hbar\omega}{2} (\hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a}) \text{ (درجة 2)}$$

وهو الشكل الجديد للهاميلتوني بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$.

الجواب الثالث (30 درجة):

1- نكتب معادلة ديراك بالشكل:

$$(2 \text{ درجة}) \quad (\hat{E} - \hat{H}_D)\Psi = 0$$

حيث يقابل المؤثران العبارتين التاليتين:

$$(2 \text{ درجة}) \quad \hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} , \quad \hat{H}_D = c\alpha_n \hat{p}_n + \rho_3 m_0 c^2$$

2- عند وجود حقل كهرومغناطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$ ، يأخذ المؤثران السابقان

الصيغتين التاليتين:

$$(2 \text{ درجة}) \quad \hat{F} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - e\phi , \quad \hat{p} = -i\hbar \vec{\nabla} - \frac{e}{c} \vec{A}$$

وبالتالي نقول معادلة ديراك بوجود حقل كهرومغناطيسي إلى الصيغة التالية:

$$(2 \text{ درجة}) \quad [\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2]\Psi = 0 ; \quad n = 1, 2, 3$$

3- الشكل المرافق لمعادلة ديراك الأخيرة هو:

$$(2 \text{ درجة}) \quad \Psi^+ [\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2] = 0$$

4- تُعطى مصفوفات ديراك رباعية القياس بالشكل التالي: (لكل مصفوفة درجتان)

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} , \quad \alpha_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & +i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ +i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} , \quad \alpha_0 = \rho_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

5- الاستقطابية أو الحلزونية (الحلزنة هي اتجاه الحركة الدورانية للجسيم حول نفسه بالنسبة

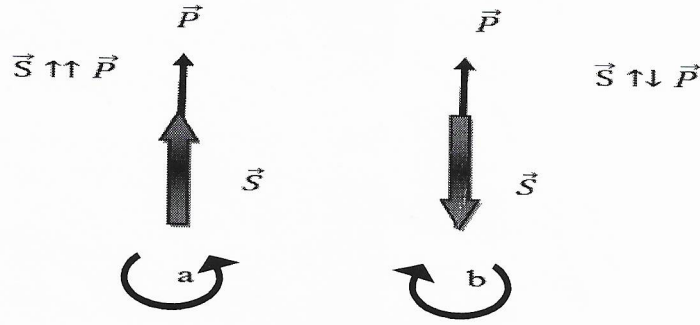
لاتجاه اندفاعه) (درجة 2) ، نعرّف مؤثر الاستقطابية بالعلاقة التالية:

$$(2 \text{ درجة}) \quad \hat{\Lambda}_S = \hat{S} \cdot \frac{\hat{P}}{|P|}$$

تظهر الاستقطابية بوضوح من مسقط السبين على اتجاه حركة الإلكترون كما هو مبين في

الشكل التالي، حيث يُمثل الشكل a الاستقطاب الموجب اليميني ($S_R = +1$)، أمّا الشكل b

فيمثل الاستقطاب السالب اليساري ($S_L = -1$) للإلكترون. (الرسم 4 درجات)

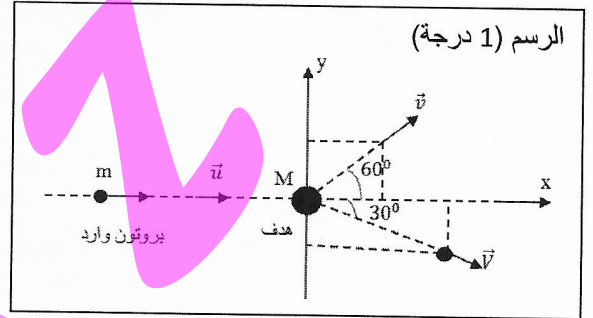


الجواب الرابع (20 درجة):

بما أنَّ التصادم مرّن فإنَّ مبدأ انحفاظ الاندفاع ومبدأ انحفاظ الطاقة محققان وبالتالي نستطيع أن نكتب:

$$0 + \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 \quad (2 \text{ درجة})$$

طاقة الجملة الحركية بعد التصادم = طاقة الجملة الحركية



نضرب طرفي العلاقة بـ $\frac{2}{m}$ ، نجد:

$$u^2 = v^2 + \frac{M}{m}V^2 \quad (2 \text{ درجة}) \quad (1)$$

نكتب حسب مبدأ انحفاظ الاندفاع:

$$0 + m\vec{u} = m\vec{v} + M\vec{V} \quad (2 \text{ درجة})$$

نسقط هذه العلاقة المتجهة على جملة محاور إحداثية متعامدة xoy فيها محور السينات منطبق على اتجاه الورود.

1- بالإسقاط على محور السينات ox نجد:

$$mu = mv \cos(60^\circ) + MV \cos(30^\circ) = \frac{mv}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}MV$$

$$\Rightarrow u = \frac{v}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2m}MV \quad (2 \text{ درجة}) \quad (2)$$

2- بالإسقاط على محور العيّنات oy نجد:

$$0 = mv \sin(60^\circ) - MV \sin(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}mv - \frac{MV}{2}$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{\sqrt{3}}{2}mv - \frac{MV}{2} \quad (2 \text{ درجة}) \quad (3)$$

من العلاقة (3):

$$\frac{\sqrt{3}}{2}mv = \frac{MV}{2} \Rightarrow v = \frac{MV}{\sqrt{3}m} \quad (\text{درجة 2})$$

نعوض في العلاقة (2):

$$\begin{aligned} u &= \frac{MV}{2\sqrt{3}m} + \frac{\sqrt{3}}{2m}MV = \frac{MV}{2\sqrt{3}m} \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right) + \frac{\sqrt{3}}{2m}MV = \frac{\sqrt{3}}{6m}MV + \frac{\sqrt{3}}{2m}MV \\ &= \frac{\sqrt{3}MV + 3\sqrt{3}MV}{6m} = \frac{4\sqrt{3}MV}{6m} = \frac{2\sqrt{3}MV}{3m} \quad (\text{درجة 2}) \end{aligned}$$

نعوض في العلاقة (1) نجد:

$$\left(\frac{2\sqrt{3}MV}{3m} \right)^2 = \left(\frac{MV}{\sqrt{3}m} \right)^2 + \frac{M}{m}V^2 \quad (\text{درجة 2})$$

$$\Rightarrow \frac{12M^2V^2}{9m^2} = \frac{M^2V^2}{3m^2} + \frac{M}{m}V^2 \Rightarrow \frac{4M^2}{3m^2} = \frac{M^2}{3m^2} + \frac{M}{m}$$

$$\Rightarrow \frac{4M^2}{3m^2} - \frac{M^2}{3m^2} = \frac{M}{m} \Rightarrow \frac{M^2}{m^2} = \frac{M}{m} \Rightarrow \frac{M}{m} = 1 \Rightarrow M = m \quad (\text{درجة 2})$$

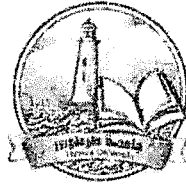
أي الهدف هو بروتون. (1 درجة)

مدرسة المقرر: د. سمر عمران

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح



مقرر ميكانيك كم 2- س ⁴ ف
الدرجة: 90 (تسعون)
مدة الامتحان ساعتان
اسم الطالب:



16 / 2 / 2025

جامعة طرابلس
كلية العلوم
قسم الفيزياء
العام الدراسي 2024-2025م
الفصل الدراسي الأول

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول (20 درجة):

عند دراسة الهزاز التوافقي بلغة المؤثرات نكتب الهاميلتوني بالصيغة التالية $\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}mw^2\hat{x}^2$ ونجري التحويل التالي $\hat{Q} = \sqrt{\frac{mw}{\hbar}}\hat{x}$, $\hat{P} = \frac{1}{\sqrt{mw\hbar}}\hat{p}$ والمطلوب:

- أوجد العلاقة بين المؤثرين $\hat{P}$ و $\hat{Q}$ ؟
- احسب المبدل $[\hat{P}, \hat{Q}] f(\hat{Q})$ ؟
- أوجد صيغة الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$ علماً أن المؤثر $\hat{a}$ يأخذ الصيغة التالية:

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} + i\hat{P})$$

السؤال الثاني (30 درجة):

- اكتب الشكل العام لمعادلة ديراك موضحاً كل مكون من مكوناتها؟
- كيف تصبح هذه المعادلة بوجود حقل كهرومغناطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$ ؟
- ما هو الشكل المرافق لهذه الصيغة الأخيرة؟
- اكتب مصفوفات ديراك رباعية القياس؟
- عرّف الاستقطابية أو الحزنة واكتب العلاقة الرياضية المعبرة عن مؤثر الاستقطابية موضحاً نوعي الاستقطاب بالرسم؟

السؤال الثالث (25 درجة):

يتفكك بيون π^- وهو في حالة السكون إلى ميون μ^- و نترينو ν ، والمطلوب: ماهي سرعة الميون السالب μ^- ؟ وضح ذلك بالرسم.

السؤال الرابع (15 درجة):

أوجد المقطع العرضي التفاضلي للتشتت $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ وفق تصادم كرتي البلياردو، علماً أن العلاقة التي تربط بارامتر الصدم b بزاوية التشتت θ هي: $b = R \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$

مدرسة المقرر: د. سمر عمران

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح

يُسمح باستخدام الآلة الحاسبة

الجواب الأول (20 درجة):

$$1) \hat{P} = \frac{1}{\sqrt{m\omega\hbar}} \hat{p} = \frac{1}{\sqrt{m\omega\hbar}} \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) = \frac{-i\hbar}{\sqrt{m\omega\hbar}} \frac{\partial}{\partial Q} \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{-i\hbar}{\sqrt{m\omega\hbar}} \frac{\partial}{\partial Q} \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} =$$

$$-i \frac{\partial}{\partial Q} \Rightarrow \hat{P} = -i \frac{\partial}{\partial Q} \text{ (درجة 2)}$$

$$2) [\hat{P}, \hat{Q}]f(\hat{Q}) = \left[-i \frac{\partial}{\partial Q}, \hat{Q} \right] f(\hat{Q}) = \left(-i \frac{\partial}{\partial Q} \hat{Q} + i \hat{Q} \frac{\partial}{\partial Q} \right) f(\hat{Q}) =$$

$$-i \frac{\partial}{\partial Q} (\hat{Q} \cdot f) + i \hat{Q} \frac{\partial f}{\partial Q} = -if - i \hat{Q} \frac{\partial f}{\partial Q} + i \hat{Q} \frac{\partial f}{\partial Q} = -if$$

$$\Rightarrow [\hat{P}, \hat{Q}]f(\hat{Q}) = -if(\hat{Q}) \Rightarrow [\hat{P}, \hat{Q}] = -i \text{ (درجة 2)}$$

(3) يتحول H إلى الصيغة التالية بدلالة المؤثرين $\hat{P}$ و $\hat{Q}$:

$$H = \frac{\hbar\omega}{2} (\hat{P}^2 + \hat{Q}^2) \text{ (درجة 2)}$$

بما أن المؤثر $\hat{a}$ يعرف بالعلاقة التالية فالمرافق الهرميتي له:

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}) \text{ (درجة 2)} \Rightarrow \hat{a}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) \text{ (درجة 2)}$$

نحسب المبدل $[\hat{a}, \hat{a}^+]$:

$$[\hat{a}, \hat{a}^+] = \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}), \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) \right]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) - \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P})$$

$$= \frac{1}{2} (\hat{Q}^2 + i\hat{P}\hat{Q} - i\hat{P}\hat{Q} + \hat{P}^2) - \frac{1}{2} (\hat{Q}^2 - i\hat{P}\hat{Q} + i\hat{P}\hat{Q} + \hat{P}^2)$$

$$= i\hat{P}\hat{Q} - i\hat{P}\hat{Q} = i(\hat{P}\hat{Q} - \hat{P}\hat{Q}) = i[\hat{P}, \hat{Q}] = i(-i)$$

$$= 1 \text{ (درجة 2)}$$

نعبّر عن الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$:

$$\hat{a}\sqrt{2} = \hat{Q} + i\hat{P}, \quad \hat{a}^+\sqrt{2} = \hat{Q} - i\hat{P}$$

$$\hat{Q} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\hat{a} + \hat{a}^+) \quad (*) \text{ (درجة 2)} \quad \text{بالجمع نجد:}$$

وبالطرح نجد: $\hat{P} = \frac{i\sqrt{2}}{2}(\hat{a}^+ - \hat{a})$ (***) (2 درجة)

نربع (*) و(**) ونجمعهما، فنجد:

$\hat{Q}^2 + \hat{P}^2 = \hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a}$ (2 درجة) (***)

نعود إلى علاقة الهاميلتوني H ونعوض:

$H = \frac{\hbar\omega}{2}(\hat{P}^2 + \hat{Q}^2) = \frac{\hbar\omega}{2}(\hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a})$ (2 درجة)

وهو الشكل الجديد للهاميلتوني بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$.

الجواب الثاني (30 درجة):

1- نكتب معادلة ديراك بالشكل:

$(\hat{E} - \hat{H}_D)\psi = 0$ (2 درجة)

حيث يقابل المؤثران العبارتين التاليتين:

$\hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$ (2 درجة), $\hat{H}_D = c\alpha_n \hat{p}_n + \rho_3 m_0 c^2$ (2 درجة)

2- عند وجود حقل كهرومغناطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$ ، يأخذ المؤثران السابقان الصيغتين التاليتين:

$\hat{F} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - e\phi$ (2 درجة), $\hat{p} = -i\hbar \vec{\nabla} - \frac{e}{c} \vec{A}$ (2 درجة)

وبالتالي نؤول معادلة ديراك بوجود حقل كهرومغناطيسي إلى الصيغة التالية:

$[\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2]\psi = 0$; $n = 1, 2, 3$ (2 درجة)

3- الشكل المرافق لمعادلة ديراك الأخيرة هو:

$\psi^+ [\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2] = 0$ (2 درجة)

4- تُعطى مصفوفات ديراك رباعية القياس بالشكل التالي: (لكل مصفوفة درجتان)

$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\alpha_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & +i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ +i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

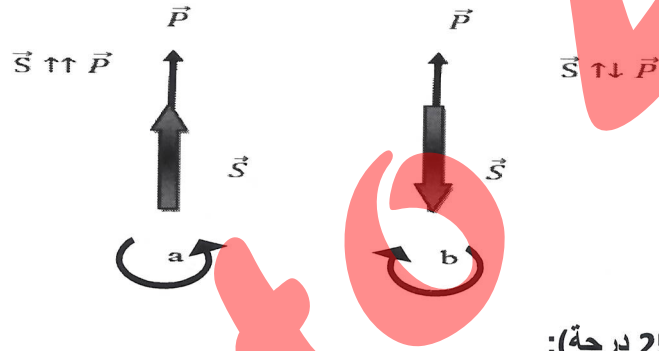
$$\alpha_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha_0 = \rho_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

5- الاستقطابية أو الحزنة (الحزنة هي اتجاه الحركة الدورانية للجسيم حول نفسه بالنسبة

لاتجاه اندفاعه) (2 درجة) ، نعرّف مؤثر الاستقطابية بالعلاقة التالية:

$$\hat{\Lambda}_s = \hat{S} \cdot \frac{\vec{P}}{|\vec{P}|} \quad (2 \text{ درجة})$$

تظهر الاستقطابية بوضوح من مسقط السبين على اتجاه حركة الإلكترون كما هو مبين في الشكل التالي، حيث يُمثل الشكل a الاستقطاب الموجب اليميني ($S_R = +1$)، أمّا الشكل b فيمثل الاستقطاب السالب اليساري ($S_L = -1$) للإلكترون. (الرسم 4 درجات)



الجواب الثالث (25 درجة):

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu \quad (2 \text{ درجة})$$

حسب قانون انحفاظ الطاقة نكتب: $E_\pi = E_\mu + E_\nu$ (2 درجة)

حسب قانون انحفاظ الاندفاع نكتب:

$$\vec{P}_\pi = \vec{P}_\mu + \vec{P}_\nu \Rightarrow (\vec{P}_\pi = 0 \text{ البيون ساكن}) \Rightarrow \vec{P}_\mu = -\vec{P}_\nu \quad (2 \text{ درجة}) \quad (*)$$

لدينا أيضاً:

$$E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4 \Rightarrow E_\pi^2 - p_\pi^2 c^2 = m_\pi^2 c^4 \Rightarrow E_\pi^2 = m_\pi^2 c^4 \\ \Rightarrow E_\pi = m_\pi c^2 \quad (2 \text{ درجة})$$

$$E_\mu^2 - p_\mu^2 c^2 = m_\mu^2 c^4 \Rightarrow E_\mu^2 = p_\mu^2 c^2 + m_\mu^2 c^4$$

$$\Rightarrow E_\mu = c \sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$E_\nu^2 - p_\nu^2 c^2 = m_\nu^2 c^4 \quad ; \quad \text{كتلة النترينو } (m_\nu = 0) \quad (2 \text{ درجة})$$

$$E_\nu^2 = p_\nu^2 c^2 \Rightarrow E_\nu = |p_\nu| \cdot c \quad (2 \text{ درجة})$$

نعوض هذه الطاقات في معادلة انحفاظ الطاقة:

$$E_\pi = E_\mu + E_\nu \Rightarrow m_\pi c^2 = c \sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2} + |p_\nu| \cdot c$$

$$\Rightarrow m_\pi c^2 - |p_\nu| \cdot c = c \sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2} \quad (2 \text{ درجة})$$

بالتربيع نجد:

$$[m_\pi c^2 - |p_\nu| \cdot c]^2 = c^2 (p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2) \Rightarrow [m_\pi c - |p_\nu|]^2 = p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2$$

$$\begin{aligned} [m_\pi c - |p_\mu|]^2 &= p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2 \Rightarrow m_\pi^2 c^2 + p_\mu^2 - 2m_\pi c p_\mu \\ &= p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow m_\pi^2 c - m_\mu^2 c = 2m_\pi p_\mu \Rightarrow |\vec{p}_\mu| = \frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)c}{2m_\pi} \quad (2 \text{ درجة})$$

نعوض $|\vec{p}_\mu|$ في العلاقة: $E_\mu^2 - p_\mu^2 c^2 = m_\mu^2 c^4$

$$E_\mu^2 = p_\mu^2 c^2 + m_\mu^2 c^4 = \left(\frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)c}{2m_\pi} \right)^2 + m_\mu^2 c^4$$

$$= c^4 \left[m_\mu^2 + \frac{m_\pi^4 + m_\mu^4 - 2m_\pi^2 m_\mu^2}{4m_\pi^2} \right]$$

$$= c^4 \left[\frac{4m_\mu^2 m_\pi^2 + m_\pi^4 + m_\mu^4 - 2m_\pi^2 m_\mu^2}{4m_\pi^2} \right]$$

$$= c^4 \left[\frac{2m_\mu^2 m_\pi^2 + m_\pi^4 + m_\mu^4}{4m_\pi^2} \right] = c^4 \left[\frac{m_\mu^2 + m_\pi^2}{2m_\pi} \right]^2 \Rightarrow E_\mu$$

$$E_\mu = c^2 \left(\frac{m_\mu^2 + m_\pi^2}{2m_\pi} \right) \quad (2 \text{ درجة})$$

لدينا من جهة أخرى:

$$\vec{p} = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\frac{p}{E} = \frac{v}{c^2} \Rightarrow v_\mu = \frac{p_\mu c^2}{E_\mu} \quad (1 \text{ درجة})$$

بتعويض قيم p_μ و E_μ نجد:

$$v_\mu = \frac{\left(\frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)c}{2m_\pi} \right) c^2}{c^2 \left(\frac{m_\mu^2 + m_\pi^2}{2m_\pi} \right)} = \left(\frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2} \right) c \quad (2 \text{ درجة})$$

الجواب الرابع (15 درجة):

يُعطى المقطع العرضي التفاضلي للتشتت $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ بالعلاقة التالية:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin \theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right| \quad (4 \text{ درجة})$$

$$b = R \cos \frac{\theta}{2}$$

$$\frac{db}{d\theta} = -\frac{1}{2} R \sin \frac{\theta}{2} \quad (2 \text{ درجة}) \Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin \theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right|$$

$$= \frac{1}{\sin \theta} \left(R \cos \frac{\theta}{2} \right) \left| -\frac{1}{2} R \sin \frac{\theta}{2} \right|$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\sin \theta} \left(R \cos \frac{\theta}{2} \right) \left(\frac{1}{2} R \sin \frac{\theta}{2} \right) \quad (2 \text{ درجة}) = \frac{R^2}{2} \left(\frac{\sin \theta}{2 \sin \theta} \right) \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\text{حيث: } \sin \theta = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{R^2}{4} \quad (3 \text{ درجة})$$

وهو المقطع العرضي التفاضلي للتشتت وفق تصادم كرة البلياردو.

مدرسة المقرر: د. سمر عمران

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح

مقرر ميكانيك كم 2- س ⁴ ف
الدرجة: 90 (تسعون)
مدة الامتحان ساعتان
اسم الطالب:



23 / 7 / 2024

جامعة طرابلس
كلية العلوم
قسم الفيزياء
العام الدراسي 2023-2024م
الفصل الدراسي الثاني

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول (22 درجة):

إذا كان مسار جسيمات ألفا الناتج عن استنطارتها بتفاعلها مع نواة ذرة ما عبارة عن قطع زائد، تُعطى معادلته في الإحداثيات القطبية بالعلاقة التالية:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b} \sin \varphi + \frac{D}{2b^2} (\cos \varphi - 1)$$

المطلوب: استخدم هذه العلاقة لتبيان أن العلاقة التي تربط زاوية التبعثر مع بارامتر الصدم هي:

$$\cot\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2b}{D}$$

موضحاً ذلك بالرسم.

السؤال الثاني (20 درجة):

عند دراسة الهزاز التوافقي بلغة المؤثرات نكتب الهاميلتوني بالصيغة التالية $H = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}mw^2\hat{x}^2$ ونجري

التحويل التالي $\hat{Q} = \sqrt{\frac{mw}{\hbar}}\hat{x}$, $\hat{P} = \frac{1}{\sqrt{m\hbar w}}\hat{p}$ والمطلوب:

(1) أوجد العلاقة بين المؤثرين $\hat{P}$ و $\hat{Q}$ ؟

(2) احسب المبدل $[\hat{P}, \hat{Q}] f(\hat{Q})$ ؟

(3) أوجد صيغة الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$ علماً أن المؤثر $\hat{a}$ يأخذ الصيغة التالية:

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P})$$

السؤال الثالث (24 درجة):

1- اكتب الشكل العام لمعادلة ديراك موضحاً كل مكون من مكوناتها؟

2- كيف تصبح هذه المعادلة بوجود حقل كهرومغناطيسي خارجي مُعطى بالكومنين $(\vec{A}, \phi)$ ؟

3- ما هو الشكل المرافق لهذه الصيغة الأخيرة؟

4- اكتب العلاقة التي تعبر عن طاقة التأثير المتبادل بين العزم المغناطيسي الشاذ والحقل الكهرومغناطيسي؟

5- اكتب قيمة العزم المغناطيسي الشاذ للبروتون وللنوترون موضحاً حقيقة نشوء هذه العزوم الشاذة؟

السؤال الرابع (24 درجة):

تُعطى كثافة تيار الجسيمات الواردة في نظرية التشتت الكمية بالعلاقة التالية $j = \frac{\hbar}{2mi} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*)$ ،

أثبت أن المقطع العرضي للتشتت يساوي مربع سعة التشتت $\sigma = |f(\theta)|^2$.

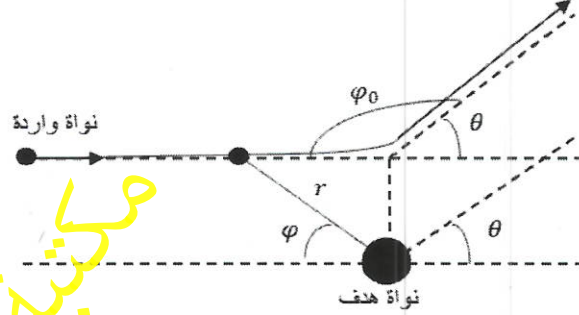
مدرسة المقرر: د. سمر عمران

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح

يُسمح باستخدام الآلة الحاسبة

الجواب الأول (22 درجة):

الرسم (2 درجة)



عندما $r \rightarrow \infty$ فإن قيمة φ محددة ولتكن φ_0 ، وتكون زاوية التبعثر في هذه الحالة

$$\theta = \pi - \varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = \pi - \theta \text{ (درجة 2)}$$

نبدل في العلاقة:

$$\frac{1}{\infty} = 0 = \frac{1}{b} \sin \varphi_0 + \frac{D}{2b^2} (\cos \varphi_0 - 1) \text{ (درجة 2)}$$

$$-\frac{1}{b} \sin \varphi_0 = \frac{D}{2b^2} (\cos \varphi_0 - 1) \Rightarrow -\sin \varphi_0 = \frac{D}{2b} (\cos \varphi_0 - 1) \text{ (درجة 2)}$$

$$-\sin(\pi - \theta) = \frac{D}{2b} (\cos(\pi - \theta) - 1)$$

$$\sin(\pi - \theta) = \sin \theta, \cos(\pi - \theta) = -\cos \theta \text{ (درجة 2)}$$

$$\Rightarrow -\sin(\theta) = \frac{D}{2b} (-\cos(\theta) - 1) \Rightarrow \sin(\theta) = \frac{D}{2b} (\cos(\theta) + 1) \text{ (درجة 2)}$$

$$\sin(\theta) = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \text{ (درجة 2)}, \cos(\theta) = 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \text{ (درجة 2)}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} = \frac{D}{2b} (2 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}) = \frac{D}{b} \cos^2 \frac{\theta}{2} \text{ (درجة 2)}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \frac{\theta}{2} = \frac{D}{b} \cos \frac{\theta}{2} \Rightarrow \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} = \frac{2b}{D} \Rightarrow \cot \frac{\theta}{2} = \frac{2b}{D} \text{ (درجة 4)}$$

الجواب الثاني (20 درجة):

$$1) \hat{P} = \frac{1}{\sqrt{m\omega\hbar}} \hat{p} = \frac{1}{\sqrt{m\omega\hbar}} \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) = \frac{-i\hbar}{\sqrt{m\omega\hbar}} \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \frac{\partial \hat{Q}}{\partial x} = \frac{-i\hbar}{\sqrt{m\omega\hbar}} \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} = -i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \Rightarrow \hat{P} = -i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \text{ (درجة 2)}$$

$$2) [\hat{P}, \hat{Q}]f(\hat{Q}) = \left[-i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}}, \hat{Q} \right] f(\hat{Q}) = \left(-i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \hat{Q} + i \hat{Q} \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \right) f(\hat{Q}) = -i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} (\hat{Q} \cdot f) + i \hat{Q} \frac{\partial f}{\partial \hat{Q}} = -if - i \hat{Q} \frac{\partial f}{\partial \hat{Q}} + i \hat{Q} \frac{\partial f}{\partial \hat{Q}} = -if \Rightarrow [\hat{P}, \hat{Q}]f(\hat{Q}) = -if(\hat{Q}) \Rightarrow [\hat{P}, \hat{Q}] = -i \text{ (درجة 2)}$$

(3) يتحول H إلى الصيغة التالية بدلالة المؤثرين $\hat{P}$ و $\hat{Q}$:

$$H = \frac{\hbar\omega}{2} (\hat{P}^2 + \hat{Q}^2) \text{ (درجة 2)}$$

بما أن المؤثر $\hat{a}$ يعرف بالعلاقة التالية فالمرافق الهرميتي له:

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}) \Rightarrow \hat{a}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) \text{ (درجة 2)}$$

نحسب المبدل $[\hat{a}, \hat{a}^+]$:

$$\begin{aligned} [\hat{a}, \hat{a}^+] &= \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}), \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) \right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) - \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}) \\ &= \frac{1}{2} (\hat{Q}^2 + i\hat{P}\hat{Q} - i\hat{P}\hat{Q} + \hat{P}^2) - \frac{1}{2} (\hat{Q}^2 - i\hat{P}\hat{Q} + i\hat{Q}\hat{P} + \hat{P}^2) \\ &= i\hat{P}\hat{Q} - i\hat{P}\hat{Q} = i(\hat{P}\hat{Q} - \hat{P}\hat{Q}) = i[\hat{P}, \hat{Q}] = i(-i) \\ &= 1 \text{ (درجة 2)} \end{aligned}$$

نعبّر عن الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$:

$$\hat{a}\sqrt{2} = \hat{Q} + i\hat{P}, \hat{a}^+\sqrt{2} = \hat{Q} - i\hat{P} \text{ (درجة 2)}$$

$$\hat{Q} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\hat{a} + \hat{a}^+) \quad (*) \text{ (درجة 2) بالجمع نجد:}$$

وبالطرح نجد: $\hat{P} = \frac{i\sqrt{2}}{2} (\hat{a}^+ - \hat{a})$ (***) (2 درجة)

نربع (*) و(**) ونجمعهما، فنجد:

$\hat{Q}^2 + \hat{P}^2 = \hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a}$ (2 درجة) (***)

نعود إلى علاقة الهاميلتوني H ونعوض:

$H = \frac{\hbar\omega}{2} (\hat{P}^2 + \hat{Q}^2) = \frac{\hbar\omega}{2} (\hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a})$ (2 درجة)

وهو الشكل الجديد للهاميلتوني بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$.

الجواب الثالث (24 درجة):

1- نكتب معادلة ديراك بالشكل:

$(\hat{E} - \hat{H}_D)\psi = 0$ (2 درجة)

حيث يقابل المؤثران العبارتين التاليتين:

$\hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$ (2 درجة) ، $\hat{H}_D = c\alpha_n \hat{p}_n + \rho_3 m_0 c^2$ (2 درجة)

2- عند وجود حقل كهرومغناطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$ ، يأخذ المؤثران السابقان

الصيغتين التاليتين:

$\hat{F} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - e\phi$ (2 درجة) ، $\hat{p} = -i\hbar \vec{\nabla} - \frac{e}{c} \vec{A}$ (2 درجة)

وبالتالي تؤول معادلة ديراك بوجود حقل كهرومغناطيسي إلى الصيغة التالية:

$[\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2]\psi = 0$; $n = 1, 2, 3$ (2 درجة)

3- الشكل المرافق لمعادلة ديراك الأخيرة هو:

$\psi^+ [\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2] = 0$ (2 درجة)

4- تُعطى العلاقة التي تُعبر عن طاقة التأثير المتبادل بين العزم المغناطيسي الشاذ والحقل الكهرومغناطيسي:

$V_m = \mu \sum_{i,j=1}^4 (\alpha_{ij} F_{ij})$ (2 درجة)

حيث: α_{ij} تتسور من المرتبة الثانية معرّف بمصفوفات ديراك، μ العزم المغناطيسي الشاذ.

بالاستفادة من مركبات α_{ij} تصبح العلاقة بالصيغة التالية:

$$V_m = \mu[\rho_3(\sigma H) + \rho_2(\sigma \varepsilon)] \text{ (درجة 2)}$$

$$\mu_p^a = 1.79\mu_N \text{ (درجة 2) قيمة العزم المغناطيسي الشاذ للبروتون.}$$

تجربة ألفا ريز بلوخ أثبتت أن قيمة العزم المغناطيسي الشاذ للنترون تساوي:

$$\mu_n^a = -1.91\mu_N \text{ (درجة 2)}$$

نشير إلى أن حقيقة نشوء العزم المغناطيسي الشاذ من التأثيرات المتبادلة النووية (تأثيرات متبادلة شديدة) نتيجة للتأثير المتبادل بين حقول النكليونات وحقول الميزون التي تنقل التأثيرات المتبادلة بين النكليونات. (درجة 2)

الجواب الرابع (24 درجة):

لإثبات صحة العلاقة $\sigma = |f(\theta)|^2$ علماً أن كثافة تيار الجسيمات الواردة j :

$$j = \frac{\hbar}{2mi} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) \quad (*)$$

يُوصف الجسيم المتشتت بموجة كروية الشكل:

$$\Psi = \frac{f(\theta)e^{ikr}}{r} \text{ (درجة 2)} \quad (1)$$

يُعطى المؤثر في الإحداثيات الكروية (r, θ, ϕ) :

$$\nabla \equiv \left(\frac{\partial}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}, \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \text{ (درجة 2)} \quad (2)$$

$$\Psi^* = f^*(\theta) \frac{e^{-ikr}}{r} \text{ (درجة 2)} \quad (3)$$

$$\nabla \Psi = ?$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \left(f(\theta) \frac{1}{r} e^{ikr} \right) &= f(\theta) \left(-\frac{1}{r^2} e^{ikr} + \frac{ik}{r} e^{ikr} \right) \\ &= f(\theta) e^{ikr} \left(\frac{ik}{r} - \frac{1}{r^2} \right) \text{ (درجة 2)} \end{aligned}$$

من العلاقات (1) و (2)، يمكننا أن نكتب:

$$\nabla \Psi = \left(f(\theta) e^{ikr} \left(\frac{ik}{r} - \frac{1}{r^2} \right), \frac{e^{ikr}}{r^2} \frac{df}{d\theta}, 0 \right) \text{ (درجة 2)} \quad (4)$$

من العلاقتين (3) و (4)، نجد:

$$\Psi^* \nabla \Psi = \left(|f(\theta)|^2 \left(\frac{ik}{r^2} - \frac{1}{r^3} \right), \frac{1}{r^3} f^*(\theta) \frac{df(\theta)}{d\theta}, 0 \right) \text{ (درجة 2)} \quad (5)$$

بنفس الطريقة نحسب $\nabla \Psi^* = ?$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \left(f^*(\theta) \frac{e^{-ikr}}{r} \right) &= f^*(\theta) \left(-\frac{1}{r^2} e^{-ikr} - \frac{ik}{r} e^{-ikr} \right) \\ &= f^*(\theta) e^{-ikr} \left(-\frac{1}{r^2} - \frac{ik}{r} \right) \text{ (درجة 2)} \end{aligned}$$

من العلاقات (2) و (3)، يمكننا أن نكتب:

$$\nabla \Psi^* = \left(f^*(\theta) e^{-ikr} \left(-\frac{1}{r^2} - \frac{ik}{r} \right), \frac{e^{-ikr}}{r^2} \frac{df^*}{d\theta}, 0 \right) \quad (6)$$

من العلاقتين (1) و (6)، نجد:

$$\Psi \nabla \Psi^* = \left(|f(\theta)|^2 \left(-\frac{ik}{r^2} - \frac{1}{r^3} \right), \frac{1}{r^3} f(\theta) \frac{df^*(\theta)}{d\theta}, 0 \right) \text{ (درجة 2)} \quad (7)$$

$$\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^* = \left(\frac{2ik}{r^2} |f(\theta)|^2, \frac{1}{r^3} \left(f^*(\theta) \frac{df(\theta)}{d\theta} - f(\theta) \frac{df^*(\theta)}{d\theta} \right), 0 \right)$$

بالتعويض في العلاقة (*)، نجد:

$$\begin{aligned} \Rightarrow j &= \frac{\hbar}{2mi} \left(\frac{2ik}{r^2} |f(\theta)|^2, \frac{1}{r^3} \left(f^*(\theta) \frac{df(\theta)}{d\theta} - f(\theta) \frac{df^*(\theta)}{d\theta} \right), 0 \right) \\ &= \frac{\hbar k}{m} \frac{|f(\theta)|^2}{r^2}, \frac{\hbar}{2mir^3} \left(f^*(\theta) \frac{df(\theta)}{d\theta} \right. \\ &\quad \left. - f(\theta) \frac{df^*(\theta)}{d\theta} \right), 0 \text{ (درجة 2)} \end{aligned}$$

من أجل قيم كبيرة لـ r نهمل المركبة المحمولة على المتجه e_θ بالمقارنة مع المركبة المحمولة على المتجه e_r فيكون:

$$\Rightarrow j_r = \frac{\hbar k}{m} \frac{|f(\theta)|^2}{r^2} = v \frac{|f(\theta)|^2}{r^2} \text{ (درجة 2)}$$

يُعطى قانون تدفق الجسيمات المتشتتة dN في الاتجاه $\vec{K}(\theta, \phi)$ من خلال سطح كروي بعد عبوره السطح ds المتعامد مع الحزمة الواردة بالعلاقة:

$$dN = v|f(\theta)|^2 \frac{ds}{r^2} = j_r \cdot ds = v|f(\theta)|^2 d\Omega \text{ (درجة 2)}$$

$$\Rightarrow \frac{dN}{d\Omega} = v|f(\theta)|^2$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{1}{j} \frac{dN}{d\Omega} = \frac{1}{v} \cdot v|f(\theta)|^2 = |f(\theta)|^2 \text{ (درجة 2)}$$

وهو المقطع العرضي للتشتت.

مدرسة المقرر: د. سمر عمران

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح

مقرر ميكانيك كم 2- س ⁴ ف
الدرجة: 90 (تسعون)
مدة الامتحان ساعتان
اسم الطالب:



4 / 2 / 2024

جامعة طرابلس
كلية العلوم
قسم الفيزياء
العام الدراسي 2023-2024م
الفصل الدراسي الأول

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول (20 درجة):

عند دراسة الهزاز التوافقي بلغة المؤثرات نكتب الهاميلتوني بالصيغة التالية $H = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}mw^2\hat{x}^2$ ونجري التحويل التالي $\hat{Q} = \sqrt{\frac{mw}{\hbar}}\hat{x}$, $\hat{P} = \frac{1}{\sqrt{mw\hbar}}\hat{p}$ والمطلوب:

- أوجد العلاقة بين المؤثرين $\hat{Q}$ و $\hat{P}$ ؟
- احسب المبدل $[\hat{P}, \hat{Q}] f(\hat{Q})$ ؟
- أوجد صيغة الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$ علماً أنَّ المؤثر $\hat{a}$ يأخذ الصيغة التالية:

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P})$$

السؤال الثاني (22 درجة):

يرد بروتون كتلته m بسرعة u على هدف ساكن كتلته M ثم يتشتت بسرعة v منحرفاً بزاوية 60° عن اتجاه وروده، ويتشتت الهدف بفعل التصادم المرن بسرعة V منحرفاً بزاوية 30° عن اتجاه ورود البروتون، والمطلوب: ماهي كتلة الجسيم الهدف وما هي ماهيته؟ وضّح ذلك بالرسم.

السؤال الثالث (24 درجة):

- اكتب الشكل العام لمعادلة ديراك موضعاً كل مكون من مكوناتها؟
- كيف تصبح هذه المعادلة بوجود حقل كهرومغناطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$ ؟
- ما هو الشكل المرافق لهذه الصيغة الأخيرة؟
- اكتب العلاقة التي تعبر عن طاقة التأثير المتبادل بين العزم المغناطيسي الشاذ والحقل الكهرومغناطيسي؟
- اكتب قيمة العزم المغناطيسي الشاذ للبروتون وللنوترون موضعاً حقيقة نشوء هذه العزوم الشاذة؟

السؤال الرابع (24 درجة):

تُعطى كثافة تيار الجسيمات الواردة في نظرية التشتت الكمية بالعلاقة التالية $j = \frac{\hbar}{2mi} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*)$ ، أثبت أنَّ المقطع العرضي للتشتت يساوي مربع سعة التشتت $\sigma = |f(\theta)|^2$.

مدّرس المقرر: د. سمر عمران

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح

يُسمح باستخدام الآلة الحاسبة

الجواب الأول (20 درجة):

$$1) \hat{P} = \frac{1}{\sqrt{m\omega\hbar}} \hat{p} = \frac{1}{\sqrt{m\omega\hbar}} \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) = \frac{-i\hbar}{\sqrt{m\omega\hbar}} \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \frac{\partial \hat{Q}}{\partial x} = \frac{-i\hbar}{\sqrt{m\omega\hbar}} \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} =$$

$$-i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \Rightarrow \hat{P} = -i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \text{ (درجة 2)}$$

$$2) [\hat{P}, \hat{Q}]f(\hat{Q}) = \left[-i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}}, \hat{Q} \right] f(\hat{Q}) = \left(-i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \hat{Q} + i \hat{Q} \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \right) f(\hat{Q}) =$$

$$-i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} (\hat{Q} \cdot f) + i \hat{Q} \frac{\partial f}{\partial \hat{Q}} = -if - i \hat{Q} \frac{\partial f}{\partial \hat{Q}} + i \hat{Q} \frac{\partial f}{\partial \hat{Q}} = -if$$

$$\Rightarrow [\hat{P}, \hat{Q}]f(\hat{Q}) = -if(\hat{Q}) \Rightarrow [\hat{P}, \hat{Q}] = -i \text{ (درجة 2)}$$

3) يتحول H إلى الصيغة التالية بدلالة المؤثرين $\hat{P}$ و $\hat{Q}$:

$$H = \frac{\hbar\omega}{2} (\hat{P}^2 + \hat{Q}^2) \text{ (درجة 2)}$$

بما أن المؤثر $\hat{a}$ يعرف بالعلاقة التالية فالمرافق الهرميتي له:

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}) \Rightarrow \hat{a}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) \text{ (درجة 2)}$$

بحسب المبدل $[\hat{a}, \hat{a}^+]$:

$$[\hat{a}, \hat{a}^+] = \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}), \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) \right]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) - \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P})$$

$$= \frac{1}{2} (\hat{Q}^2 + i\hat{P}\hat{Q} - i\hat{P}\hat{Q} + \hat{P}^2) - \frac{1}{2} (\hat{Q}^2 - i\hat{P}\hat{Q} + i\hat{P}\hat{Q} + \hat{P}^2)$$

$$= i\hat{P}\hat{Q} - i\hat{P}\hat{Q} = i(\hat{P}\hat{Q} - \hat{P}\hat{Q}) = i[\hat{P}, \hat{Q}] = i(-i)$$

$$= 1 \text{ (درجة 2)}$$

نعبّر عن الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$:

$$\hat{a}\sqrt{2} = \hat{Q} + i\hat{P}, \quad \hat{a}^+\sqrt{2} = \hat{Q} - i\hat{P} \text{ (درجة 2)}$$

$$\hat{Q} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\hat{a} + \hat{a}^+) \quad (*) \text{ (درجة 2) بالجمع نجد:}$$

وبالطرح نجد: $\hat{P} = \frac{i\sqrt{2}}{2} (\hat{a}^+ - \hat{a})$ (**) (2 درجة)

نربع (*) و (**) ونجمعهما، فنجد:

$\hat{Q}^2 + \hat{P}^2 = \hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a}$ (2 درجة) (***)

نعود إلى علاقة الهاميلتوني H ونعوض:

$H = \frac{\hbar\omega}{2} (\hat{P}^2 + \hat{Q}^2) = \frac{\hbar\omega}{2} (\hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a})$ (2 درجة)

وهو الشكل الجديد للهاملتوني بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$.

الجواب الثاني (20 درجة): اشياء عشرون

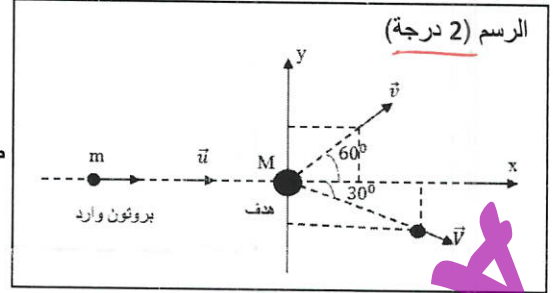
بما أن التصادم مرّن فإن مبدأ انحفاظ الاندفاع ومبدأ انحفاظ الطاقة محققان وبالتالي نستطيع أن نكتب:

$0 + \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2$ (4 درجة) أربع درجات

طاقة الجملة الحركية بعد التصادم = طاقة الجملة الحركية قبل التصادم

نضرب طرفي العلاقة بـ $\frac{2}{m}$ ، نجد:

$u^2 = v^2 + \frac{M}{m}V^2$ (2 درجة)



(1)

نكتب حسب مبدأ انحفاظ الاندفاع:

$0 + m\vec{u} = m\vec{v} + M\vec{V}$ (2 درجة)

نسقط هذه العلاقة المتجهة على جملة محاور إحداثية متعامدة xoy فيها محور السينات منطبق على اتجاه الورود.

1- بالإسقاط على محور السينات ox نجد:

$mu = mv \cos(60^\circ) + MV \cos(30^\circ) = \frac{mv}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}MV$
 $\Rightarrow u = \frac{v}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}MV$ (2 درجة) (2)

2- بالإسقاط على محور العيّنات oy نجد:

$0 = mv \sin(60^\circ) - MV \sin(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}mv - \frac{MV}{2}$
 $\Rightarrow 0 = \frac{\sqrt{3}}{2}mv - \frac{MV}{2}$ (2 درجة) (3)

من العلاقة (3):

$$\frac{\sqrt{3}}{2}mv = \frac{MV}{2} \Rightarrow v = \frac{MV}{\sqrt{3}m} \text{ (درجة 2)}$$

نعوض في العلاقة (2):

$$\begin{aligned} u &= \frac{MV}{2\sqrt{3}m} + \frac{\sqrt{3}}{2m}MV = \frac{MV}{2\sqrt{3}m} \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right) + \frac{\sqrt{3}}{2m}MV = \frac{\sqrt{3}}{6m}MV + \frac{\sqrt{3}}{2m}MV \\ &= \frac{\sqrt{3}MV + 3\sqrt{3}MV}{6m} = \frac{4\sqrt{3}MV}{6m} = \frac{2\sqrt{3}MV}{3m} \text{ (درجة 2)} \end{aligned}$$

نعوض في العلاقة (1) نجد:

$$\begin{aligned} \left(\frac{2\sqrt{3}MV}{3m} \right)^2 &= \left(\frac{MV}{\sqrt{3}m} \right)^2 + \frac{M}{m}V^2 \\ \Rightarrow \frac{12M^2V^2}{9m^2} &= \frac{M^2V^2}{3m^2} + \frac{M}{m}V^2 \Rightarrow \frac{4M^2}{3m^2} = \frac{M^2}{3m^2} + \frac{M}{m} \\ \Rightarrow \frac{4M^2}{3m^2} - \frac{M^2}{3m^2} &= \frac{M}{m} \Rightarrow \frac{M^2}{m^2} = \frac{M}{m} \Rightarrow \frac{M}{m} = 1 \Rightarrow M = m \text{ (درجة 2)} \end{aligned}$$

أي الهدف هو بروتون. (درجة 2)

الجواب الثالث (24 درجة):

1- نكتب معادلة ديراك بالشكل:

$$(\hat{E} - \hat{H}_D)\Psi = 0 \text{ (درجة 2)}$$

حيث يقابل المؤثران العبارتين التاليتين:

$$\hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \text{ (درجة 2)}, \quad \hat{H}_D = c\alpha_n \hat{p}_n + \rho_3 m_0 c^2$$

2- عند وجود حقل كهرومغناطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$ ، يأخذ المؤثران السابقان

الصيغتين التاليتين:

$$\hat{F} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - e\phi \text{ (درجة 2)}, \quad \hat{p} = -i\hbar \vec{\nabla} - \frac{e}{c} \vec{A}$$

وبالتالي تؤول معادلة ديراك بوجود حقل كهرومغناطيسي إلى الصيغة التالية:

$$[\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2]\Psi = 0 \quad ; \quad n = 1, 2, 3 \text{ (درجة 2)}$$

3- الشكل المرافق لمعادلة ديراك الأخيرة هو:

$$\Psi^+ [\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2] = 0 \quad (2 \text{ درجة})$$

4- تُعطى العلاقة التي تُعبّر عن طاقة التأثير المتبادل بين العزم المغناطيسي الشاذ والحقل الكهربائي:

$$V_m = \mu \sum_{i,j=1}^4 (\alpha_{ij} F_{ij}) \quad (2 \text{ درجة})$$

حيث: α_{ij} تتسور من المرتبة الثانية معرّف بمصفوفات ديراك، μ العزم المغناطيسي الشاذ.

بالاستفادة من مركبات α_{ij} تصبح العلاقة بالصيغة التالية:

$$V_m = \mu [\rho_3 (\sigma H) + \rho_2 (\sigma \varepsilon)] \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\mu_p^a = 1.79 \mu_N \quad (2 \text{ درجة}) \quad \text{قيمة العزم المغناطيسي الشاذ للبروتون.}$$

تجربة ألفاريز بلوخ أثبتت أن قيمة العزم المغناطيسي الشاذ للنترون تساوي:

$$\mu_n^a = -1.91 \mu_N \quad (2 \text{ درجة})$$

تشير إلى أن حقيقة نشوء العزم المغناطيسي الشاذ من التأثيرات المتبادلة النووية (تأثيرات متبادلة شديدة) نتيجة للتأثير المتبادل بين حقول النكليونات وحقول الميزون التي تنقل التأثيرات المتبادلة بين النكليونات. (2 درجة)

الجواب الرابع (24 درجة):

لإثبات صحة العلاقة $\sigma = |f(\theta)|^2$ علماً أن كثافة تيار الجسيمات الواردة j :

$$j = \frac{\hbar}{2mi} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) \quad (*)$$

يُوصف الجسيم المتشتت بموجة كروية الشكل:

$$\Psi = \frac{f(\theta) e^{ikr}}{r} \quad (1) \quad (2 \text{ درجة})$$

يُعطى المؤثر في الإحداثيات الكروية (r, θ, ϕ) :

$$\hat{\nabla} \equiv \left(\frac{\partial}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}, \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \quad (2) \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\underline{\Psi^* = f^*(\theta) \frac{e^{-ikr}}{r}} \quad (3)$$

$$\nabla \Psi = ?$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \left(f(\theta) \frac{1}{r} e^{ikr} \right) &= f(\theta) \left(-\frac{1}{r^2} e^{ikr} + \frac{ik}{r} e^{ikr} \right) \\ &= f(\theta) e^{ikr} \left(\frac{ik}{r} - \frac{1}{r^2} \right) \quad (2 \text{ درجة}) \end{aligned}$$

من العلاقات (1) و (2)، يمكننا أن نكتب:

$$\nabla \Psi = \left(f(\theta) e^{ikr} \left(\frac{ik}{r} - \frac{1}{r^2} \right), \frac{e^{ikr}}{r^2} \frac{df}{d\theta}, 0 \right) \quad (2 \text{ درجة}) \quad (4)$$

من العلاقتين (3) و (4)، نجد:

$$\Psi^* \nabla \Psi = \left(|f(\theta)|^2 \left(\frac{ik}{r^2} - \frac{1}{r^3} \right), \frac{1}{r^3} f^*(\theta) \frac{df(\theta)}{d\theta}, 0 \right) \quad (2 \text{ درجة}) \quad (5)$$

بنفس الطريقة نحسب $\nabla \Psi^* = ?$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \left(f^*(\theta) \frac{e^{-ikr}}{r} \right) &= f^*(\theta) \left(-\frac{1}{r^2} e^{-ikr} - \frac{ik}{r} e^{-ikr} \right) \\ &= f^*(\theta) e^{-ikr} \left(-\frac{1}{r^2} - \frac{ik}{r} \right) \quad (2 \text{ درجة}) \end{aligned}$$

من العلاقات (2) و (3)، يمكننا أن نكتب:

$$\nabla \Psi^* = \left(f^*(\theta) e^{-ikr} \left(-\frac{1}{r^2} - \frac{ik}{r} \right), \frac{e^{-ikr}}{r^2} \frac{df^*}{d\theta}, 0 \right) \quad (6)$$

من العلاقتين (1) و (6)، نجد:

$$\Psi \nabla \Psi^* = \left(|f(\theta)|^2 \left(-\frac{ik}{r^2} - \frac{1}{r^3} \right), \frac{1}{r^3} f(\theta) \frac{df^*(\theta)}{d\theta}, 0 \right) \quad (2 \text{ درجة}) \quad (7)$$

$$\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^* = \left(\frac{2ik}{r^2} |f(\theta)|^2, \frac{1}{r^3} \left(f^*(\theta) \frac{df(\theta)}{d\theta} - f(\theta) \frac{df^*(\theta)}{d\theta} \right), 0 \right)$$

بالتعويض في العلاقة (*)، نجد:

$$\Rightarrow j = \frac{\hbar}{2mi} \left(\frac{2ik}{r^2} |f(\theta)|^2, \frac{1}{r^3} \left(f^*(\theta) \frac{df(\theta)}{d\theta} - f(\theta) \frac{df^*(\theta)}{d\theta} \right), 0 \right)$$

$$= \frac{\hbar k}{m} \frac{|f(\theta)|^2}{r^2}, \frac{\hbar}{2mir^3} \left(f^*(\theta) \frac{df(\theta)}{d\theta} - f(\theta) \frac{df^*(\theta)}{d\theta} \right), 0 \text{ (درجة 2)}$$

من أجل قيم كبيرة لـ r نهمل المركبة المحمولة على المتجه e_θ بالمقارنة مع المركبة المحمولة على المتجه e_r فيكون:

$$\Rightarrow j_r = \frac{\hbar k}{m} \frac{|f(\theta)|^2}{r^2} = v \frac{|f(\theta)|^2}{r^2} \text{ (درجة 2)}$$

يُعطى قانون تدفق الجسيمات المتشعبة dN في الاتجاه $\vec{K}(\theta, \phi)$ من خلال سطح كروي بعد عبوره السطح ds المتعامد مع الحزمة الواردة بالعلاقة:

$$dN = v |f(\theta)|^2 \frac{ds}{r^2} = j_r \cdot ds = v |f(\theta)|^2 d\Omega \text{ (درجة 2)}$$

$$\Rightarrow \frac{dN}{d\Omega} = v |f(\theta)|^2$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{1}{j} \frac{dN}{d\Omega} = \frac{1}{v} \cdot v |f(\theta)|^2 = |f(\theta)|^2 \text{ (درجة 2)}$$

وهو المقطع العرضي للتشتت.

د. سمر عمران

مدرسة المقر

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح

الجواب الأول (15 درجة):

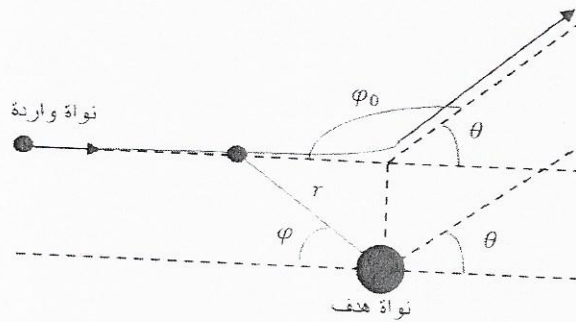
نختار المؤثر الواحد $\hat{U}$ بالشكل: (3 درجة) $\hat{U} = e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}}$

فيكون المؤثر الهرميتي له: (3 درجة) $\hat{U}^\dagger = e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}}$

$$\hat{p}_i = \hat{U}^\dagger \hat{p}_i \hat{U} \Rightarrow \hat{p}_i \psi(\hat{x}_i) = (\hat{U}^\dagger \hat{p}_i \hat{U}) \psi(\hat{x}_i) \quad (3 \text{ درجة})$$

$$\begin{aligned} \hat{p}_i \psi(\hat{x}_i) &= \left(e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \hat{p}_i e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \right) \psi(\hat{x}_i) = e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial \hat{x}_i} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{x}_i} \right) e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \psi(\hat{x}_i) \\ &= e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial \hat{x}_i} \right) e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \psi(\hat{x}_i) + e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \left(\frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{x}_i} \right) e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \psi(\hat{x}_i) \quad (3 \text{ درجة}) \\ &= e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \left[-i\hbar \left(-\frac{i}{\hbar} \frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{x}_i} \right) e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \psi(\hat{x}_i) - i\hbar e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \left(\frac{\partial \psi(\hat{x}_i)}{\partial \hat{x}_i} \right) \right] \\ &+ e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \left(\frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{x}_i} \right) e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \psi(\hat{x}_i) = -i\hbar e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}} e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}} \left(\frac{\partial \psi(\hat{x}_i)}{\partial \hat{x}_i} \right) \\ &= -i\hbar \frac{\partial \psi(\hat{x}_i)}{\partial \hat{x}_i} \quad (3 \text{ درجة}) \end{aligned}$$

الجواب الثاني (18 درجة): الرسم (2 درجة)



عندما $r \rightarrow \infty$ فإن قيمة ϕ محددة ولتكن ϕ_0 ، وتكون زاوية التبعثر في هذه الحالة

$$\theta = \pi - \phi_0 \Rightarrow \phi_0 = \pi - \theta \quad (2 \text{ درجة})$$

نبدل في العلاقة:

$$\frac{1}{\infty} = 0 = \frac{1}{b} \sin \varphi_0 + \frac{D}{2b^2} (\cos \varphi_0 - 1) \text{ (درجة 2)}$$

$$-\frac{1}{b} \sin \varphi_0 = \frac{D}{2b^2} (\cos \varphi_0 - 1) \Rightarrow -\sin \varphi_0 = \frac{D}{2b} (\cos \varphi_0 - 1) \text{ (درجة 2)}$$

$$-\sin(\pi - \theta) = \frac{D}{2b} (\cos(\pi - \theta) - 1)$$

$$\sin(\pi - \theta) = \sin \theta, \cos(\pi - \theta) = -\cos \theta \text{ (درجة 2)}$$

$$\Rightarrow -\sin(\theta) = \frac{D}{2b} (-\cos(\theta) - 1) \Rightarrow \sin(\theta) = \frac{D}{2b} (\cos(\theta) + 1) \text{ (درجة 2)}$$

$$\sin(\theta) = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}, \cos(\theta) = 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \text{ (درجة 2)}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} = \frac{D}{2b} \left(2 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) = \frac{D}{b} \cos^2 \frac{\theta}{2} \text{ (درجة 2)}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \frac{\theta}{2} = \frac{D}{b} \cos \frac{\theta}{2} \Rightarrow \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} = \frac{2b}{D} \Rightarrow \cot \frac{\theta}{2} = \frac{2b}{D} \text{ (درجة 2)}$$

الجواب الثالث (19 درجة):

$$1) \hat{P} = \frac{1}{\sqrt{m\omega\hbar}} \hat{p} = \frac{1}{\sqrt{m\omega\hbar}} \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) \text{ (درجة 2)} = \frac{-i\hbar}{\sqrt{m\omega\hbar}} \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \frac{\partial \hat{Q}}{\partial x} =$$

$$\frac{-i\hbar}{\sqrt{m\omega\hbar}} \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} = -i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \Rightarrow \hat{P} = -i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \text{ (درجة 2)}$$

$$2) [\hat{P}, \hat{Q}] f(\hat{Q}) = \left[-i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}}, \hat{Q} \right] f(\hat{Q}) = \left(-i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \hat{Q} + i \hat{Q} \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \right) f(\hat{Q}) =$$

$$-i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} (\hat{Q} \cdot f) + i \hat{Q} \frac{\partial f}{\partial \hat{Q}} = -i f - i \hat{Q} \frac{\partial f}{\partial \hat{Q}} + i \hat{Q} \frac{\partial f}{\partial \hat{Q}} = -i f$$

$$\Rightarrow [\hat{P}, \hat{Q}] f(\hat{Q}) = -i f(\hat{Q}) \Rightarrow [\hat{P}, \hat{Q}] = -i \text{ (درجة 2)}$$

3. يتحول H إلى الصيغة التالية بدلالة المؤثرين $\hat{Q}$ و $\hat{P}$:

$$H = \frac{\hbar\omega}{2} (\hat{P}^2 + \hat{Q}^2) \text{ (درجة 2)}$$

بما أن المؤثر $\hat{a}$ يعرف بالعلاقة التالية فالمرافق الهرميتي له:

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}) \Rightarrow \hat{a}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) \text{ (درجة 2)}$$

نحسب المبدل $[\hat{a}, \hat{a}^+]$:

$$\begin{aligned} [\hat{a}, \hat{a}^+] &= \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}), \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) \right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) - \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}) \\ &= \frac{1}{2} (\hat{Q}^2 + i\hat{P}\hat{Q} - i\hat{P}\hat{Q} + \hat{P}^2) - \frac{1}{2} (\hat{Q}^2 - i\hat{P}\hat{Q} + i\hat{Q}\hat{P} + \hat{P}^2) \\ &= i\hat{P}\hat{Q} - i\hat{P}\hat{Q} = i(\hat{P}\hat{Q} - \hat{P}\hat{Q}) = i[\hat{P}, \hat{Q}] = i(-i) \\ &= 1 \text{ (درجة 2)} \end{aligned}$$

نعبّر عن الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$:

$$\hat{a}\sqrt{2} = \hat{Q} + i\hat{P}, \quad \hat{a}^+\sqrt{2} = \hat{Q} - i\hat{P} \quad (1 \text{ درجة})$$

$$\hat{Q} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\hat{a} + \hat{a}^+) \quad (*) \quad (1 \text{ درجة}) \quad \text{بالجمع نجد:}$$

$$\hat{P} = \frac{i\sqrt{2}}{2} (\hat{a}^+ - \hat{a}) \quad (**) \quad (1 \text{ درجة}) \quad \text{وبالطرح نجد:}$$

نربع (*) و(**) ونجمعهما، فنجد:

$$\hat{Q}^2 + \hat{P}^2 = \hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a} \quad (2 \text{ درجة}) \quad (***)$$

نعود إلى علاقة الهاميلتوني H ونعوض:

$$H = \frac{\hbar\omega}{2} (\hat{P}^2 + \hat{Q}^2) = \frac{\hbar\omega}{2} (\hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a}) \quad (2 \text{ درجة})$$

وهو الشكل الجديد للهاميلتوني بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$.

الجواب الرابع (16 درجة):

1- نكتب معادلة ديراك بالشكل:

$$(\hat{E} - \hat{H}_D)\Psi = 0 \quad (3 \text{ درجة})$$

حيث يقابل المؤثران العبارتين التاليتين:

$$\hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad (2 \text{ درجة}), \quad \hat{H}_D = c\alpha_n \hat{p}_n + \rho_3 m_0 c^2 \quad (2 \text{ درجة})$$

2- عند وجود حقل كهربي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$ ، يأخذ المؤثران السابقان

الصيغتين التاليتين:

$$\hat{F} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - e\phi \quad (2 \text{ درجة}) \quad , \quad \hat{p} = -i\hbar \vec{\nabla} - \frac{e}{c} \vec{A} \quad (2 \text{ درجة})$$

وبالتالي تؤول معادلة ديراك بوجود حقل كهربي إلى الصيغة التالية:

$$[\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2] \psi = 0 \quad ; \quad n = 1, 2, 3 \quad (2 \text{ درجة})$$

3- الشكل المرافق لمعادلة ديراك الأخيرة هو:

$$\psi^\dagger [\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2] = 0 \quad (3 \text{ درجة})$$

الجواب الخامس (22 درجة):

1- إن المصفوفة حقيقية متعامدة تعني أنها وحيدة، ولتكون المصفوفة وحيدة يجب أن تحقق الشرط

$$A^\dagger A = I \text{ or } A^\dagger = A^{-1} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\begin{aligned} A^\dagger &= \begin{pmatrix} a & \sqrt{1-a^2} \\ -\sqrt{1-a^2} & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & \sqrt{1-a^2} \\ -\sqrt{1-a^2} & a \end{pmatrix} \\ A^\dagger A &= \begin{pmatrix} a & \sqrt{1-a^2} \\ -\sqrt{1-a^2} & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & -\sqrt{1-a^2} \\ \sqrt{1-a^2} & a \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} a^2 + 1 - a^2 & -a\sqrt{1-a^2} + a\sqrt{1-a^2} \\ -a\sqrt{1-a^2} + a\sqrt{1-a^2} & 1 - a^2 + a^2 \end{pmatrix} \quad (2 \text{ درجة}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= I \quad (2 \text{ درجة}) \end{aligned}$$

وبالتالي المصفوفة حقيقية متعامدة، أي وحيدة.

$$\begin{aligned} S &= \frac{i\hbar}{2m} [\psi \text{grad} \psi^* - \psi^* \text{grad} \psi] = \frac{i\hbar}{2m} \left[\sqrt{N} e^{ikx} \frac{d}{dx} (\sqrt{N} e^{-ikx}) - \sqrt{N} e^{-ikx} \frac{d}{dx} (\sqrt{N} e^{ikx}) \right] \quad (2 \text{ درجة}) \\ &= \frac{i\hbar}{2m} \left[\sqrt{N} e^{ikx} \sqrt{N} (-ike^{-ikx}) - \sqrt{N} e^{-ikx} \sqrt{N} (ike^{ikx}) \right] \quad (2 \text{ درجة}) \\ &= \frac{i\hbar}{2m} [-ikN - ikN] = \\ &= \frac{i\hbar}{2m} [-2ikN] \quad (2 \text{ درجة}) = \frac{\hbar k N}{m} = \frac{pN}{m} = v \cdot N \quad (2 \text{ درجة}) \end{aligned}$$

$$\text{حيث } p = mv \Rightarrow v = \frac{p}{m} \quad (2 \text{ درجة})$$

ب-

$$\rho = \Psi\Psi^* = \sqrt{N}e^{ikx}\sqrt{N}e^{-ikx} = N \text{ (درجة 2)}$$

مدرس المقرر: أ.د. أحمد بيثاني، د. سمر عمران

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح



Atout

مقرر ميكانيك كم 2-4 ص ف
الدرجة: 90 (تسعون)
مدة الامتحان ساعتان
اسم الطالب:



1 / 8 / 2023

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الفيزياء
العام الدراسي 2022-2023م
الفصل الدراسي الثاني

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول (24 درجة):

يتفكك بليون π^- وهو في حالة السكون إلى ميون μ^- و نترينو ν ، والمطلوب: ماهي سرعة الميون السالب μ^- ؟

السؤال الثاني (15 درجة):

بفرض أن: $\hat{p}_i = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x_i} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial x_i}$ بين أنه يمكن التخلص من الحد الأخير بإجراء تحويل واحد مناسب وكتابة عبارة الاندفاع في التمثيل الإحداثي بالشكل:

$$\hat{p}_i = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x_i} \quad \text{or} \quad \hat{p}_i = -i\hbar \hat{p}$$

السؤال الثالث (20 درجة):

إذا كان مسار جسيمات ألفا الناتج عن استطارتها بتفاعلها مع نواة ذرة ما عبارة عن قطع زائد، تُعطى معادلته في الإحداثيات القطبية بالعلاقة التالية:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b} \sin \varphi + \frac{D}{2b^2} (\cos \varphi - 1)$$

المطلوب: استخدم هذه العلاقة لتبيان أن العلاقة التي تربط زاوية التبعثر مع بارامتر الصدم هي:

$$\cot\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2b}{D}$$

موضحاً ذلك بالرسم.

السؤال الرابع (22 درجة):

عند دراسة الهزاز التوافقي بلغة المؤثرات نكتب الهاميلتوني بالصيغة التالية $H = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}mw^2\hat{x}^2$ ونجري

التحويل التالي $\hat{Q} = \sqrt{\frac{mw}{\hbar}}\hat{x}$, $\hat{P} = \frac{1}{\sqrt{mw\hbar}}\hat{p}$ والمطلوب:

(1) أوجد العلاقة بين المؤثرين $\hat{P}$ و $\hat{Q}$ ؟

(2) احسب المبذل $[\hat{P}, \hat{Q}]f(\hat{Q})$ ؟

(3) أوجد صيغة الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$ علماً أن المؤثر $\hat{a}$ يأخذ الصيغة التالية:

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} + i\hat{P})$$

السؤال الخامس (9 درجة):

1- هل المصفوفة التالية حقيقية متعامدة؟ $\begin{pmatrix} \sqrt{1-b^2} & b \\ b & -\sqrt{1-b^2} \end{pmatrix}$

مدرس المقرر: أ.د أحمد بيشاني، د. سمر عمران

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح

يُسمح باستخدام الآلة الحاسبة

الجواب الأول (24 درجة):

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu \quad (2 \text{ درجة})$$

حسب قانون انحفاظ الطاقة نكتب: $E_\pi = E_\mu + E_\nu$ (2 درجة)

حسب قانون انحفاظ الاندفاع نكتب:

$$\vec{P}_\pi = \vec{P}_\mu + \vec{P}_\nu \Rightarrow (\vec{P}_\pi = 0 \text{ البيون ساكن}) \Rightarrow \vec{P}_\mu = -\vec{P}_\nu \quad (*) \quad (2 \text{ درجة})$$

لدينا أيضاً:

$$E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4 \Rightarrow E_\pi^2 - p_\pi^2 c^2 = m_\pi^2 c^4 \Rightarrow E_\pi^2 = m_\pi^2 c^4$$

$$\Rightarrow E_\pi = m_\pi c^2 \quad (2 \text{ درجة})$$

$$E_\mu^2 - p_\mu^2 c^2 = m_\mu^2 c^4 \Rightarrow E_\mu^2 = p_\mu^2 c^2 + m_\mu^2 c^4$$

$$\Rightarrow E_\mu = c \sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$E_\nu^2 - p_\nu^2 c^2 = m_\nu^2 c^4 ; \text{ كتلة النترينو } (m_\nu = 0) \quad (2 \text{ درجة})$$

$$E_\nu^2 = p_\nu^2 c^2 \Rightarrow E_\nu = |p_\nu| \cdot c \quad (2 \text{ درجة})$$

نعوض هذه الطاقات في معادلة انحفاظ الطاقة:

$$E_\pi = E_\mu + E_\nu \Rightarrow m_\pi c^2 = c \sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2} + |p_\nu| \cdot c$$

$$\Rightarrow m_\pi c^2 - |p_\nu| \cdot c = c \sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2} \quad (2 \text{ درجة})$$

بالتربيع نجد:

$$[m_\pi c^2 - |p_\nu| \cdot c]^2 = c^2 (p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2) \Rightarrow [m_\pi c - |p_\nu|]^2 = p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2$$

$$\begin{aligned} \text{وفق (*) } [m_\pi c - |p_\mu|]^2 &= p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2 \Rightarrow m_\pi^2 c^2 + p_\mu^2 - 2m_\pi c p_\mu \\ &= p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow m_\pi^2 c - m_\mu^2 c = 2m_\pi p_\mu \Rightarrow |\vec{p}_\mu| = \frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)c}{2m_\pi} \quad (2 \text{ درجة})$$

نعوض $|\vec{p}_\mu|$ في العلاقة: $E_\mu^2 - p_\mu^2 c^2 = m_\mu^2 c^4$

$$\begin{aligned} E_\mu^2 &= p_\mu^2 c^2 + m_\mu^2 c^4 = \left(\frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)c}{2m_\pi} \right)^2 + m_\mu^2 c^4 \\ &= c^4 \left[m_\mu^2 + \frac{m_\pi^4 + m_\mu^4 - 2m_\pi^2 m_\mu^2}{4m_\pi^2} \right] \\ &= c^4 \left[\frac{4m_\mu^2 m_\pi^2 + m_\pi^4 + m_\mu^4 - 2m_\pi^2 m_\mu^2}{4m_\pi^2} \right] \\ &= c^4 \left[\frac{2m_\mu^2 m_\pi^2 + m_\pi^4 + m_\mu^4}{4m_\pi^2} \right] = c^4 \left[\frac{m_\mu^2 + m_\pi^2}{2m_\pi} \right]^2 \Rightarrow E_\mu \\ &= c^2 \left(\frac{m_\mu^2 + m_\pi^2}{2m_\pi} \right) \quad (2 \text{ درجة}) \end{aligned}$$

لدينا من جهة أخرى:

$$\vec{p} = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\frac{p}{E} = \frac{v}{c^2} \Rightarrow v_\mu = \frac{p_\mu c^2}{E_\mu} \quad (2 \text{ درجة})$$

بتعويض قيم E_μ و p_μ نجد:

$$v_\mu = \frac{\left(\frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)c}{2m_\pi} \right) c^2}{c^2 \left(\frac{m_\mu^2 + m_\pi^2}{2m_\pi} \right)} = \left(\frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2} \right) c \quad (2 \text{ درجة})$$

الجواب الثاني (15 درجة):

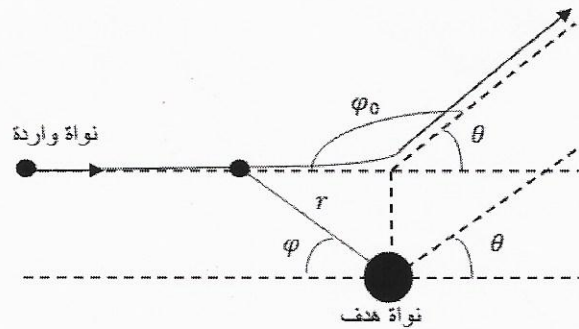
نختار المؤثر الواحد $\hat{U}$ بالشكل: $\hat{U} = e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{F}}$ (درجة 3)

فيكون المؤثر الهرميتي له: $\hat{U}^\dagger = e^{+\frac{i}{\hbar} \hat{F}}$ (درجة 3)

$$\hat{p}_i = \hat{U}^\dagger \hat{p}_i \hat{U} \Rightarrow \hat{p}_i \psi(\hat{x}_i) = (\hat{U}^\dagger \hat{p}_i \hat{U}) \psi(\hat{x}_i) \quad \text{(درجة 3)}$$

$$\begin{aligned} \hat{p}_i \psi(\hat{x}_i) &= \left(e^{+\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \hat{p}_i e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \right) \psi(\hat{x}_i) = e^{+\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial \hat{x}_i} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{x}_i} \right) e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \psi(\hat{x}_i) \\ &= e^{+\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial \hat{x}_i} \right) e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \psi(\hat{x}_i) + e^{+\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \left(\frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{x}_i} \right) e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \psi(\hat{x}_i) \quad \text{(درجة 3)} \\ &= e^{+\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \left[-i\hbar \left(-\frac{i}{\hbar} \frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{x}_i} \right) e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \psi(\hat{x}_i) - i\hbar e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \left(\frac{\partial \psi(\hat{x}_i)}{\partial \hat{x}_i} \right) \right] \\ &\quad + e^{+\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \left(\frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{x}_i} \right) e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \psi(\hat{x}_i) = -i\hbar e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{F}} e^{+\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \left(\frac{\partial \psi(\hat{x}_i)}{\partial \hat{x}_i} \right) \\ &= -i\hbar \frac{\partial \psi(\hat{x}_i)}{\partial \hat{x}_i} \quad \text{(درجة 3)} \end{aligned}$$

الجواب الثالث (20 درجة): الرسم (2 درجة)



عندما $r \rightarrow \infty$ فإن قيمة ϕ محددة ولتكن ϕ_0 ، وتكون زاوية التبعثر في هذه الحالة

$$\theta = \pi - \phi_0 \Rightarrow \phi_0 = \pi - \theta \quad \text{(درجة 2)}$$

نبدل في العلاقة (1):

$$\frac{1}{\infty} = 0 = \frac{1}{b} \sin \phi_0 + \frac{D}{2b^2} (\cos \phi_0 - 1) \quad \text{(درجة 2)}$$

$$-\frac{1}{b} \sin \varphi_0 = \frac{D}{2b^2} (\cos \varphi_0 - 1) \Rightarrow -\sin \varphi_0 = \frac{D}{2b} (\cos \varphi_0 - 1) \text{ (درجة 2)}$$

$$-\sin(\pi - \theta) = \frac{D}{2b} (\cos(\pi - \theta) - 1) \text{ (درجة 2)}$$

$$\sin(\pi - \theta) = \sin \theta, \cos(\pi - \theta) = -\cos \theta \text{ (درجة 2)}$$

$$\Rightarrow -\sin(\theta) = \frac{D}{2b} (-\cos(\theta) - 1) \Rightarrow \sin(\theta) = \frac{D}{2b} (\cos(\theta) + 1) \text{ (درجة 2)}$$

$$\sin(\theta) = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}, \cos(\theta) = 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \text{ (درجة 2)}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} = \frac{D}{2b} (2 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}) = \frac{D}{b} \cos^2 \frac{\theta}{2} \text{ (درجة 2)}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \frac{\theta}{2} = \frac{D}{b} \cos \frac{\theta}{2} \Rightarrow \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} = \frac{2b}{D} \Rightarrow \cot \frac{\theta}{2} = \frac{2b}{D} \text{ (درجة 2)}$$

الجواب الرابع (22 درجة):

$$1) \hat{P} = \frac{1}{\sqrt{m\omega\hbar}} \hat{p} = \frac{1}{\sqrt{m\omega\hbar}} \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) \text{ (درجة 1)} = \frac{-i\hbar}{\sqrt{m\omega\hbar}} \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \frac{\partial \hat{Q}}{\partial \hat{x}} =$$

$$\frac{-i\hbar}{\sqrt{m\omega\hbar}} \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} = -i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \Rightarrow \hat{P} = -i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \text{ (درجة 2)}$$

$$2) [\hat{P}, \hat{Q}] f(\hat{Q}) = \left[-i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}}, \hat{Q} \right] f(\hat{Q}) =$$

$$\left(-i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \hat{Q} + i \hat{Q} \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} \right) f(\hat{Q}) \text{ (درجة 1)} = -i \frac{\partial}{\partial \hat{Q}} (\hat{Q} \cdot f) + i \hat{Q} \frac{\partial f}{\partial \hat{Q}} = -if -$$

$$i \hat{Q} \frac{\partial f}{\partial \hat{Q}} + i \hat{Q} \frac{\partial f}{\partial \hat{Q}} = -if$$

$$\Rightarrow [\hat{P}, \hat{Q}] f(\hat{Q}) = -if(\hat{Q}) \Rightarrow [\hat{P}, \hat{Q}] = -i \text{ (درجة 2)}$$

3) يتحول H إلى الصيغة التالية بدلالة المؤثرين $\hat{P}$ و $\hat{Q}$:

$$H = \frac{\hbar\omega}{2} (\hat{P}^2 + \hat{Q}^2) \text{ (درجة 2)}$$

بما أن المؤثر $\hat{a}$ يعرف بالعلاقة التالية فالمرافق الهرميتي له:

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}) \Rightarrow \hat{a}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) \text{ (درجة 2)}$$

نحسب المبدل $[\hat{a}, \hat{a}^+]$:

$$\begin{aligned}
[\hat{a}, \hat{a}^+] &= \left[\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} + i\hat{P}), \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} - i\hat{P}) \right] \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} + i\hat{P}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} - i\hat{P}) \\
&\quad - \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} - i\hat{P}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} + i\hat{P}) \quad \text{(درجة 1)} \\
&= \frac{1}{2}(\hat{Q}^2 + i\hat{P}\hat{Q} - i\hat{P}\hat{Q} + \hat{P}^2) - \frac{1}{2}(\hat{Q}^2 - i\hat{P}\hat{Q} + i\hat{Q}\hat{P} + \hat{P}^2) \\
&= i\hat{P}\hat{Q} - i\hat{P}\hat{Q} = i(\hat{P}\hat{Q} - \hat{P}\hat{Q}) = i[\hat{P}, \hat{Q}] = i(-i) \\
&= 1 \quad \text{(درجة 2)}
\end{aligned}$$

نعبّر عن الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$:

$$\hat{a}\sqrt{2} = \hat{Q} + i\hat{P}, \quad \hat{a}^+\sqrt{2} = \hat{Q} - i\hat{P} \quad \text{(درجة 1)}$$

$$\hat{Q} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{a} + \hat{a}^+) \quad (*) \quad \text{(درجة 2)} \quad \text{بالجمع نجد:}$$

$$\hat{P} = \frac{i\sqrt{2}}{2}(\hat{a}^+ - \hat{a}) \quad (***) \quad \text{(درجة 2)} \quad \text{وبالطرح نجد:}$$

نربع (*) و(***) ونجمعهما، فنجد:

$$\hat{Q}^2 + \hat{P}^2 = \hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a} \quad \text{(درجة 2)} \quad (***)$$

نعود إلى علاقة الهاميلتوني H ونعوض:

$$H = \frac{\hbar\omega}{2}(\hat{P}^2 + \hat{Q}^2) = \frac{\hbar\omega}{2}(\hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a}) \quad \text{(درجة 2)}$$

وهو الشكل الجديد للهاميلتوني بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$.

الجواب الخامس (9 درجة):

إن المصفوفة حقيقية متعامدة تعني أنها وحيدة، ولتكون المصفوفة وحيدة يجب أن تحقق الشرط

$$A^+A = I \text{ or } A^+ = A^{-1} \quad \text{(درجة 2)}$$

$$A^+ = \begin{pmatrix} \sqrt{1-b^2} & b \\ b & -\sqrt{1-b^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{1-b^2} & b \\ b & -\sqrt{1-b^2} \end{pmatrix} \quad \text{(درجة 2)}$$

$$\begin{aligned}
A^+A &= \begin{pmatrix} \sqrt{1-b^2} & b \\ b & -\sqrt{1-b^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{1-b^2} & b \\ b & -\sqrt{1-b^2} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1-b^2+b^2 & b\sqrt{1-b^2}-b\sqrt{1-b^2} \\ b\sqrt{1-b^2}-b\sqrt{1-b^2} & b^2+1-b^2 \end{pmatrix} \text{ (درجة 2)} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I \text{ (درجة 3)}
\end{aligned}$$

وبالتالي المصفوفة حقيقية متعامدة، أيّ وحيدة.

مدرسا المقرر: أ.د أحمد بيشاني، د. سمر عمران

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح

مقرر ميكانيك كم 2- س ⁴ ف
الدرجة: 90 (تسعون)
مدة الامتحان ساعتان
اسم الطالب:



29 / 1/2023

جامعة طرابلس
كلية العلوم
قسم الفيزياء
العام الدراسي 2022-2023م
الفصل الدراسي الأول

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول (24 درجة):

يتفكك بيون π^- وهو في حالة السكون إلى ميون μ^- و نترينو ν ، والمطلوب: ماهي سرعة الميون السالب μ^- ؟

السؤال الثاني (15 درجة):

لدينا جسيمة واردة شحنتها q_1 وطاقتها الحركية E تتشتت على جسيمة أخرى ثقيلة شحنتها q_2 ومستقرة، والمطلوب: أوجد المقطع العرضي التفاضلي لهذا التشتت علماً أن العلاقة التي تربط بارامتر الصدم b بزاوية

$$b = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi \epsilon_0 E} \right) \cot \frac{\theta}{2} \quad \text{حيث } \theta \text{ هي:}$$

السؤال الثالث (16 درجة):

1- اكتب الشكل العام لمعادلة ديراك موضحاً كل مكون من مكوناتها؟

2- كيف تصبح هذه المعادلة بوجود حقل كهرومغناطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$ ؟

3- ما هو الشكل المرافق لهذه الصيغة الأخيرة؟

السؤال الرابع (18 درجة):

إذا كان مسار جسيمات ألفا الناتج عن استنطارتها بتفاعلها مع نواة ذرة ما عبارة عن قطع زائد، تُعطى معادلته في الإحداثيات القطبية بالعلاقة التالية:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b} \sin \varphi + \frac{D}{2b^2} (\cos \varphi - 1)$$

المطلوب: استخدم هذه العلاقة لتبيان أن العلاقة التي تربط زاوية التبعثر مع بارامتر الصدم هي:

$$\cot \left(\frac{\theta}{2} \right) = \frac{2b}{D}$$

موضحاً ذلك بالرسم.

السؤال الخامس (17 درجة):

عند دراسة الهزاز التوافقي بلغة المؤثرات نكتب الهاميلتوني بالصيغة التالية $H = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}mw^2\hat{x}^2$ ونجري

$$\text{التحويل التالي } \hat{Q} = \sqrt{\frac{mw}{\hbar}} \hat{x} \quad , \quad \hat{P} = \frac{1}{\sqrt{mw\hbar}} \hat{p} \quad \text{والمطلوب:}$$

(1) أوجد العلاقة بين المؤثرين $\hat{Q}$ و $\hat{P}$ ؟

(2) احسب المبدل $[\hat{P}, \hat{Q}] f(\hat{Q})$ ؟

(3) أوجد صيغة الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$ علماً أن المؤثر $\hat{a}$ يأخذ الصيغة التالية:

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P})$$

مدرس المقرر: د. أحمد بيشاني، د. سمر عمران

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح

يُسمح باستخدام الآلة الحاسبة

الجواب الأول (24 درجة):

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu \quad (2 \text{ درجة})$$

$$(2 \text{ درجة}) \quad E_\pi = E_\mu + E_\nu \quad \text{حسب قانون انحفاظ الطاقة نكتب:}$$

حسب قانون انحفاظ الاندفاع نكتب:

$$\vec{P}_\pi = \vec{P}_\mu + \vec{P}_\nu \Rightarrow (\vec{P}_\pi = 0 \text{ البليون ساكن}) \Rightarrow \vec{P}_\mu = -\vec{P}_\nu \quad (2 \text{ درجة}) \quad (*)$$

لدينا أيضاً:

$$E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4 \Rightarrow E_\pi^2 - p_\pi^2 c^2 = m_\pi^2 c^4 \Rightarrow E_\pi^2 = m_\pi^2 c^4 \\ \Rightarrow E_\pi = m_\pi c^2 \quad (2 \text{ درجة})$$

$$E_\mu^2 - p_\mu^2 c^2 = m_\mu^2 c^4 \Rightarrow E_\mu^2 = p_\mu^2 c^2 + m_\mu^2 c^4 \\ \Rightarrow E_\mu = c \sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$E_\nu^2 - p_\nu^2 c^2 = m_\nu^2 c^4 \quad ; \quad (m_\nu = 0) \text{ كتلة النترينو} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$E_\nu^2 = p_\nu^2 c^2 \Rightarrow E_\nu = |p_\nu| \cdot c \quad (2 \text{ درجة})$$

نعوض هذه الطاقات في معادلة انحفاظ الطاقة:

$$E_\pi = E_\mu + E_\nu \Rightarrow m_\pi c^2 = c \sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2} + |p_\nu| \cdot c$$

$$\Rightarrow m_\pi c^2 - |p_\nu| \cdot c = c \sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2} \quad (2 \text{ درجة})$$

بالتربيع نجد:

$$[m_\pi c^2 - |p_\nu| \cdot c]^2 = c^2 (p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2) \Rightarrow [m_\pi c - |p_\nu|]^2 = p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2$$

$$(*) \quad [m_\pi c - |p_\mu|]^2 = p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2 \Rightarrow m_\pi^2 c^2 + p_\mu^2 - 2m_\pi c p_\mu = p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2$$

$$\Rightarrow m_\pi^2 c - m_\mu^2 c = 2m_\pi p_\mu \Rightarrow |\vec{p}_\mu| = \frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)c}{2m_\pi} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$E_\mu^2 - p_\mu^2 c^2 = m_\mu^2 c^4 \quad \text{نعوض } |\vec{p}_\mu| \text{ في العلاقة:}$$

$$\begin{aligned} E_\mu^2 &= p_\mu^2 c^2 + m_\mu^2 c^4 = \left(\frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)c}{2m_\pi} \right)^2 + m_\mu^2 c^4 \\ &= c^4 \left[m_\mu^2 + \frac{m_\pi^4 + m_\mu^4 - 2m_\pi^2 m_\mu^2}{4m_\pi^2} \right] \\ &= c^4 \left[\frac{4m_\mu^2 m_\pi^2 + m_\pi^4 + m_\mu^4 - 2m_\pi^2 m_\mu^2}{4m_\pi^2} \right] \\ &= c^4 \left[\frac{2m_\mu^2 m_\pi^2 + m_\pi^4 + m_\mu^4}{4m_\pi^2} \right] = c^4 \left[\frac{m_\mu^2 + m_\pi^2}{2m_\pi} \right]^2 \Rightarrow E_\mu \end{aligned}$$

$$E_\mu = c^2 \left(\frac{m_\mu^2 + m_\pi^2}{2m_\pi} \right) \quad (2 \text{ درجة})$$

لدينا من جهة أخرى:

$$\vec{p} = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\frac{p}{E} = \frac{v}{c^2} \Rightarrow v_\mu = \frac{p_\mu c^2}{E_\mu} \quad (2 \text{ درجة})$$

بتعويض قيم p_μ و E_μ نجد:

$$v_\mu = \frac{\left(\frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)c}{2m_\pi} \right) c^2}{c^2 \left(\frac{m_\mu^2 + m_\pi^2}{2m_\pi} \right)} = \left(\frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2} \right) c \quad (2 \text{ درجة})$$

الجواب الثاني (15 درجة):

$$(3) \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right|$$

$$b = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E} \right) \cot \frac{\theta}{2} = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E} \right) \left(\frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} \right) \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\frac{db}{d\theta} = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E} \right) \left(-\frac{1}{2\sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \right) \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\left| \frac{db}{d\theta} \right| = \frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E 2\sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\sin\theta} \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E} \right) \left(\frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} \right) \frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E 2\sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$= \frac{1}{2\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}} \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E} \right) \left(\frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} \right) \frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E 2\sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)}$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{q_1 q_2}{16\pi\epsilon_0 E \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \right)^2 \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\text{حيث: } \sin\theta = 2\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \quad (2 \text{ درجة})$$

الجواب الثالث (16 درجة):

1 تكتب معادلة ديراك بالشكل:

$$(3) (\hat{E} - \hat{H}_D)\Psi = 0$$

حيث يقابل المؤثران العبارتين التاليتين:

$$(2) \hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad , \quad (2) \hat{H}_D = c\alpha_n \hat{p}_n + \rho_3 m_0 c^2$$

2 عند وجود حقل كهرومغناطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$ ، يأخذ المؤثران السابقان

الصيغتين التاليتين:

$$(2) \hat{F} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - e\phi \quad , \quad (2) \hat{p} = -i\hbar \vec{\nabla} - \frac{e}{c} \vec{A}$$

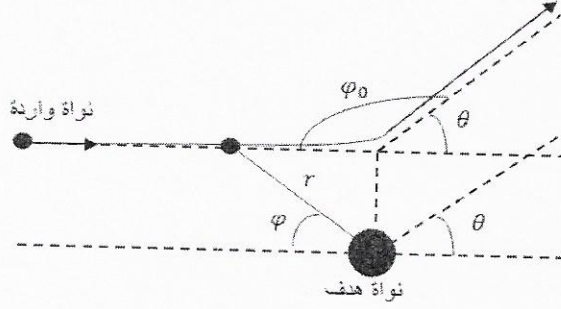
وبالتالي نؤول معادلة ديراك بوجود حقل كهرومغناطيسي إلى الصيغة التالية:

$$(2) \quad [\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2] \Psi = 0 \quad ; \quad n = 1, 2, 3$$

3 - الشكل المرافق لمعادلة ديراك الأخيرة هو:

$$(3) \quad \Psi^\dagger [\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2] = 0$$

الجواب الرابع (18 درجة): الرسم (2 درجة)



عندما $r \rightarrow \infty$ فإن قيمة ϕ محددة ولتكن ϕ_0 ، وتكون زاوية التبعثر في هذه الحالة

$$(2) \quad \theta = \pi - \phi_0 \Rightarrow \phi_0 = \pi - \theta$$

نبدل في العلاقة:

$$(2) \quad \frac{1}{\infty} = 0 = \frac{1}{b} \sin \phi_0 + \frac{D}{2b^2} (\cos \phi_0 - 1)$$

$$-\frac{1}{b} \sin \phi_0 = \frac{D}{2b^2} (\cos \phi_0 - 1) \Rightarrow -\sin \phi_0 = \frac{D}{2b} (\cos \phi_0 - 1)$$

$$-\sin(\pi - \theta) = \frac{D}{2b} (\cos(\pi - \theta) - 1)$$

$$(2) \quad \sin(\pi - \theta) = \sin \theta, \cos(\pi - \theta) = -\cos \theta$$

$$\Rightarrow -\sin(\theta) = \frac{D}{2b} (-\cos(\theta) - 1) \Rightarrow \sin(\theta) = \frac{D}{2b} (\cos(\theta) + 1)$$

$$(2) \quad \sin(\theta) = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}, \cos(\theta) = 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} = \frac{D}{2b} (2 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}) = \frac{D}{b} \cos^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \frac{\theta}{2} = \frac{D}{b} \cos \frac{\theta}{2} \Rightarrow \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} = \frac{2b}{D} \Rightarrow \cot \frac{\theta}{2} = \frac{2b}{D} \text{ (درجة 2)}$$

الجواب الخامس (17 درجة):

$$1) \hat{P} = \frac{1}{\sqrt{m\omega\hbar}} \hat{p} = \frac{1}{\sqrt{m\omega\hbar}} \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) = \frac{-i\hbar}{\sqrt{m\omega\hbar}} \frac{\partial}{\partial Q} \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{-i\hbar}{\sqrt{m\omega\hbar}} \frac{\partial}{\partial Q} \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} = -i \frac{\partial}{\partial Q} \Rightarrow \hat{P} = -i \frac{\partial}{\partial Q} \text{ (درجة 2)}$$

$$2) [\hat{P}, \hat{Q}]f(Q) = \left[-i \frac{\partial}{\partial Q}, \hat{Q} \right] f(Q) = \left(-i \frac{\partial}{\partial Q} \hat{Q} + i \hat{Q} \frac{\partial}{\partial Q} \right) f(Q) = -i \frac{\partial}{\partial Q} (\hat{Q} \cdot f) + i \hat{Q} \frac{\partial f}{\partial Q} = -if - i \hat{Q} \frac{\partial f}{\partial Q} + i \hat{Q} \frac{\partial f}{\partial Q} = -if \Rightarrow [\hat{P}, \hat{Q}]f(Q) = -if(Q) \Rightarrow [\hat{P}, \hat{Q}] = -i \text{ (درجة 2)}$$

(3) يتحول H إلى الصيغة التالية بدلالة المؤثرين $\hat{Q}$ و $\hat{P}$:

$$H = \frac{\hbar\omega}{2} (\hat{P}^2 + \hat{Q}^2) \text{ (درجة 2)}$$

بما أن المؤثر $\hat{a}$ يعرف بالعلاقة التالية فالمرافق الهرميتي له:

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}) \Rightarrow \hat{a}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) \text{ (درجة 2)}$$

نحسب المبدل $[\hat{a}, \hat{a}^+]$:

$$\begin{aligned} [\hat{a}, \hat{a}^+] &= \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}), \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) \right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) - \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} - i\hat{P}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q} + i\hat{P}) \\ &= \frac{1}{2} (\hat{Q}^2 + i\hat{P}\hat{Q} - i\hat{P}\hat{Q} + \hat{P}^2) - \frac{1}{2} (\hat{Q}^2 - i\hat{P}\hat{Q} + i\hat{Q}\hat{P} + \hat{P}^2) \\ &= i\hat{P}\hat{Q} - i\hat{P}\hat{Q} = i(\hat{P}\hat{Q} - \hat{P}\hat{Q}) = i[\hat{P}, \hat{Q}] = i(-i) \\ &= 1 \text{ (درجة 2)} \end{aligned}$$

نعبّر عن الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$:

$$\hat{a}\sqrt{2} = \hat{Q} + i\hat{P}, \quad \hat{a}^+\sqrt{2} = \hat{Q} - i\hat{P} \text{ (درجة 1)}$$

$$\hat{Q} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\hat{a} + \hat{a}^+) \quad (*) \text{ (درجة 1) بالجمع نجد:}$$

وبالطرح نجد: $\hat{P} = \frac{i\sqrt{2}}{2}(\hat{a}^+ - \hat{a})$ (1 درجة) (**)

نربع (*) و(**) ونجمعهما، فنجد:

$\hat{Q}^2 + \hat{P}^2 = \hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a}$ (2 درجة) (***)

نعود إلى علاقة الهاميلتوني H ونعوض:

$H = \frac{\hbar\omega}{2}(\hat{P}^2 + \hat{Q}^2) = \frac{\hbar\omega}{2}(\hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a})$ (2 درجة)

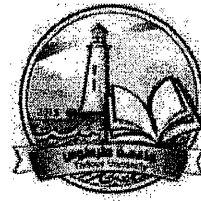
وهو الشكل الجديد للهاميلتوني بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$.

مدرسنا المقرر: أ.د. أحمد بيشاني، د. سمر عمران

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح



مقرر ميكانيك كم 2- س ⁴ ف
الدرجة: 90 (تسعون)
مدة الامتحان ساعتان
اسم الطالب:



14 / 9 / 2022

جامعة طرابلس
كلية العلوم
قسم الفيزياء
العام الدراسي 2021-2022م
الدورة التكميلية

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول (16 درجة):

لدينا جسيمة واردة شحنتها q_1 وطاقتها الحركية E تنتشت على جسيمة أخرى ثقيلة شحنتها q_2 ومستقرة، والمطلوب: أوجد المقطع العرضي التفاضلي لهذا التشتت علماً أنَّ العلاقة التي تربط بارامتر الصدم b بزاوية التشتت θ هي: $b = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E} \right) \cot \frac{\theta}{2}$

السؤال الثاني (22 درجة):

يرد بروتون كتلته m بسرعة u على هدف ساكن كتلته M ثم ينتشت بسرعة v منحرفاً بزاوية 60° عن اتجاه وروده، وينتشت الهدف بفعل الاصطدام بسرعة V منحرفاً بزاوية 30° عن اتجاه ورود البروتون، والمطلوب: أثبت أنَّ الهدف الساكن هو عبارة عن بروتون؟

السؤال الثالث (16 درجة):

- 1- اكتب الشكل العام لمعادلة ديراك موضعاً كل مكون من مكوناتها؟
- 2- كيف تصبح هذه المعادلة بوجود حقل كهرومغناطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$ ؟
- 3- ما هو الشكل المرافق لهذه الصيغة الأخيرة؟

السؤال الرابع (15 درجة):

بفرض أنَّ: $\hat{p}_i = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x_i} + \frac{\partial F}{\partial x_i}$ بين أنَّه يمكن التخلص من الحد الأخير بإجراء تحويل واحد مناسب وكتابة عبارة الاندفاع في التمثيل الإحداثي بالشكل:

$$\hat{p}_i = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x_i} \quad \text{or} \quad \hat{p}_i = -i\hbar \hat{\nabla}$$

السؤال الخامس (21 درجة):

- 1- هل المصفوفة التالية ضد متناظرة؟ $\begin{pmatrix} 0 & a + ib \\ -a - ib & 0 \end{pmatrix}$
- 2- أثبت أنَّ كمية حركة الجسيم الحر p ثابت من ثوابت الحركة؟

الجواب الأول (16 درجة):

$$(3 \text{ درجة}) \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin \theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right|$$

لدينا:

$$b = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E} \right) \cot \frac{\theta}{2} = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E} \right) \left(\frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} \right) \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\frac{db}{d\theta} = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E} \right) \left(-\frac{1}{2\sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \right) \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\left| \frac{db}{d\theta} \right| = \frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E 2\sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\sin \theta} \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E} \right) \left(\frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} \right) \frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E 2\sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$= \frac{1}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}} \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E} \right) \left(\frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} \right) \frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E 2\sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)}$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{q_1 q_2}{16\pi\epsilon_0 E \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \right)^2 \quad (3 \text{ درجة})$$

$$\text{حيث: } \sin \theta = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \quad (2 \text{ درجة})$$

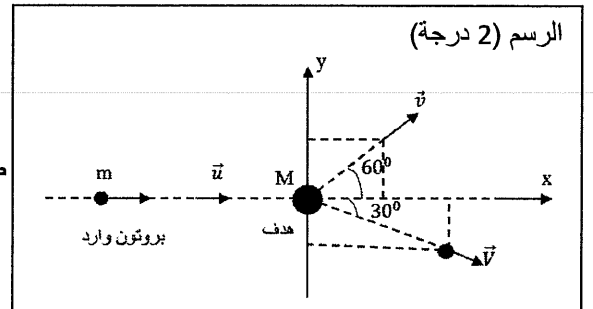
الجواب الثاني (22 درجة):

بما أنَّ التصادم مرّن فإنَّ مبدأ انحفاظ الاندفاع ومبدأ انحفاظ الطاقة محققان وبالتالي نستطيع أن نكتب:

$$0 + \frac{1}{2} mu^2 = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} MV^2 \quad (2 \text{ درجة})$$

طاقة الجملة الحركية بعد التصادم = طاقة الجملة الحركية قبل التصادم

نضرب طرفي العلاقة بـ $\frac{2}{m}$ ، نجد:



$$u^2 = v^2 + \frac{M}{m} V^2 \text{ (درجة 2)} \quad (1)$$

نكتب حسب مبدأ انحفاظ الاندفاع:

$$0 + m\vec{u} = m\vec{v} + M\vec{V} \text{ (درجة 2)}$$

نسقط هذه العلاقة المتجهة على جملة محاور إحداثية متعامدة xoy فيها محور السينات منطبق على اتجاه الورود.

1- بالإسقاط على محور السينات ox نجد:

$$\begin{aligned} mu &= mv \cos(60^\circ) + MV \cos(30^\circ) = \frac{mv}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} MV \\ \Rightarrow u &= \frac{v}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2m} MV \text{ (درجة 2)} \end{aligned} \quad (2)$$

2- بالإسقاط على محور العيئات oy نجد:

$$\begin{aligned} 0 &= mv \sin(60^\circ) - MV \sin(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} mv - \frac{MV}{2} \\ \Rightarrow 0 &= \frac{\sqrt{3}}{2} mv - \frac{MV}{2} \text{ (درجة 2)} \end{aligned} \quad (3)$$

من العلاقة (3):

$$\frac{\sqrt{3}}{2} mv = \frac{MV}{2} \Rightarrow v = \frac{MV}{\sqrt{3}m} \text{ (درجة 2)}$$

نعوض في العلاقة (2):

$$\begin{aligned} u &= \frac{MV}{2\sqrt{3}m} + \frac{\sqrt{3}}{2m} MV = \frac{MV}{2\sqrt{3}m} \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right) + \frac{\sqrt{3}}{2m} MV = \frac{\sqrt{3}}{6m} MV + \frac{\sqrt{3}}{2m} MV \\ &= \frac{\sqrt{3}MV + 3\sqrt{3}MV}{6m} = \frac{4\sqrt{3}MV}{6m} = \frac{2\sqrt{3}MV}{3m} \text{ (درجة 2)} \end{aligned}$$

نعوض في العلاقة (1) نجد:

$$\begin{aligned} \left(\frac{2\sqrt{3}MV}{3m} \right)^2 &= \left(\frac{MV}{\sqrt{3}m} \right)^2 + \frac{M}{m} V^2 \text{ (درجة 2)} \\ \Rightarrow \frac{12M^2V^2}{9m^2} &= \frac{M^2V^2}{3m^2} + \frac{M}{m} V^2 \Rightarrow \frac{4M^2}{3m^2} = \frac{M^2}{3m^2} + \frac{M}{m} \\ \Rightarrow \frac{4M^2}{3m^2} - \frac{M^2}{3m^2} &= \frac{M}{m} \Rightarrow \frac{M^2}{m^2} = \frac{M}{m} \Rightarrow \frac{M}{m} = 1 \Rightarrow M = m \text{ (درجة 2)} \end{aligned}$$

أي الهدف هو بروتون. (درجة 2)

الجواب الثالث (16 درجة):

1- نكتب معادلة ديراك بالشكل:

$$(\hat{E} - \hat{H}_D)\Psi = 0 \quad (3 \text{ درجة})$$

حيث يقابل المؤثران العبارتين التاليتين:

$$\hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad (2 \text{ درجة}), \quad \hat{H}_D = c\alpha_n \hat{p}_n + \rho_3 m_0 c^2 \quad (2 \text{ درجة})$$

2- عند وجود حقل كهرومغناطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$ ، يأخذ المؤثران السابقان الصيغتين

التاليتين:

$$\hat{F} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - e\phi \quad (2 \text{ درجة}), \quad \hat{p} = -i\hbar \vec{\nabla} - \frac{e}{c} \vec{A} \quad (2 \text{ درجة})$$

وبالتالي نؤول معادلة ديراك بوجود حقل كهرومغناطيسي إلى الصيغة التالية:

$$[\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2]\Psi = 0 \quad ; \quad n = 1, 2, 3 \quad (2 \text{ درجة})$$

3- الشكل المرافق لمعادلة ديراك الأخيرة هو:

$$\Psi^+ [\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2] = 0 \quad (3 \text{ درجة})$$

الجواب الرابع (15 درجة):

نختار المؤثر الواحد $\hat{U}$ بالشكل: $\hat{U} = e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \quad (3 \text{ درجة})$

فيكون المؤثر الهرميتي له: $\hat{U}^+ = e^{+\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \quad (3 \text{ درجة})$

$$\hat{p}_i = \hat{U}^+ \hat{p}_i \hat{U} \Rightarrow \hat{p}_i \Psi(\hat{x}_i) = (\hat{U}^+ \hat{p}_i \hat{U}) \Psi(\hat{x}_i) \quad (3 \text{ درجة})$$

$$\begin{aligned} \hat{p}_i \Psi(\hat{x}_i) &= \left(e^{+\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \hat{p}_i e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \right) \Psi(\hat{x}_i) = e^{+\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial \hat{x}_i} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{x}_i} \right) e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \Psi(\hat{x}_i) \\ &= e^{+\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial \hat{x}_i} \right) e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \Psi(\hat{x}_i) + e^{+\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \left(\frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{x}_i} \right) e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \Psi(\hat{x}_i) \quad (3 \text{ درجة}) \\ &= e^{+\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \left[-i\hbar \left(-\frac{i}{\hbar} \frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{x}_i} \right) e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \Psi(\hat{x}_i) - i\hbar e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \left(\frac{\partial \Psi(\hat{x}_i)}{\partial \hat{x}_i} \right) \right] \\ &+ e^{+\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \left(\frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{x}_i} \right) e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \Psi(\hat{x}_i) = -i\hbar e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{F}} e^{+\frac{i}{\hbar} \hat{F}} \left(\frac{\partial \Psi(\hat{x}_i)}{\partial \hat{x}_i} \right) \\ &= -i\hbar \frac{\partial \Psi(\hat{x}_i)}{\partial \hat{x}_i} \quad (3 \text{ درجة}) \end{aligned}$$

الجواب الخامس (21 درجة):

1- لتكون المصفوفة ضد متناظرة يجب أن تحقق الشرط $A^t = -A$ (درجة3)

$$\begin{pmatrix} 0 & -a - ib \\ a + ib & 0 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0 & a + ib \\ -a - ib & 0 \end{pmatrix} \quad (درجة3)$$

وبالتالي المصفوفة ضد متناظرة.

2- الجسيم حرّ وبالتالي فرق الكمون يساوي الصفر $V = 0$ (درجة2)

$$[\hat{p}, \hat{H}] = 0 \quad \text{ثابت من ثوابت الحركة}$$

$$(درجة2) \hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \Rightarrow \left[\hat{p}, -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \right] = 0$$

$$[\hat{p}, \hat{H}] = \hat{p}\hat{H} - \hat{H}\hat{p} \quad (درجة2)$$

$$\hat{p}\hat{H} = -i\hbar \frac{d}{dx} \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \right] = \frac{i\hbar^3}{2m} \frac{d^3}{dx^3} \quad (درجة2)$$

$$\hat{H}\hat{p} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \left(-i\hbar \frac{d}{dx} \right) = \frac{i\hbar^3}{2m} \frac{d^3}{dx^3} \quad (درجة2)$$

$$\Rightarrow \hat{p}\hat{H} - \hat{H}\hat{p} = 0 \Rightarrow [\hat{p}, \hat{H}] = 0 \quad (درجة3)$$

وبالتالي p ثابت من ثوابت الحركة. (درجة2)

مدرس المقرر: أ.د أحمد بيشاني، د. سمر عمران

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح



مقرر ميكانيك كم 2- س ⁴ ف
الدرجة: 90 (تسعون)
مدة الامتحان ساعتان
اسم الطالب:



26/7/2022

جامعة طرابلس
كلية العلوم
قسم الفيزياء
العام الدراسي 2021-2022م
الفصل الدراسي الثاني

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول (15 درجة):

إذا كان $\hat{L}$ مؤثر هرميتي قيمته الخاصة λ وتابعه الخاص ψ ، أي يحقق معادلة القيم الخاصة التالية:

$$\hat{L}\psi = \lambda\psi$$

المطلوب أثبت أن: $\lambda = \lambda^*$

السؤال الثاني (21 درجة):

تتبعثر حزمة من الجسيمات تبعثاً مرناً بزاوية θ بواسطة كرة صلبة نصف قطرها R والمطلوب:

1- ارسم مخطط التبعثر؟

2- أوجد علاقة بارامتر الصدم بزاوية التبعثر؟

3- أوجد مقطع التشتت المرن، واحسب قيمته من أجل $R = 4cm$ ؟

السؤال الثالث (16 درجة):

1- اكتب الشكل العام لمعادلة ديراك موضحاً كل مكون من مكوناتها؟

2- كيف تصبح هذه المعادلة بوجود حقل كهرومغناطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$ ؟

3- ما هو الشكل المرافق لهذه الصيغة الأخيرة؟

السؤال الرابع (16 درجة):

لدينا جسيمة واردة شحنتها q_1 وطاقتها الحركية E تتشتت على جسيمة أخرى ثقيلة شحنتها q_2 ومستقرة، والمطلوب: أوجد المقطع العرضي التفاضلي لهذا التشتت علماً أن العلاقة التي تربط بارامتر الصدم b بزاوية

$$b = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E} \right) \cot \frac{\theta}{2}$$

السؤال الخامس (22 درجة):

1- هل المصفوفة التالية ضد هرميتية؟ $\begin{pmatrix} ai & b + ci \\ -b + ci & di \end{pmatrix}$

2- أثبت أن كمية حركة الجسيم الحر p ثابت من ثوابت الحركة؟

مدرس المقرر: أ.د. أحمد بيشاني، د. سمر عمران

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح

يُسمح باستخدام الآلة الحاسبة

الجواب الأول (15 درجة):

$$\hat{L} \Rightarrow \langle \Psi | \hat{L} | \Psi \rangle = (\langle \Psi | \hat{L} | \Psi \rangle)^* \quad (3 \text{ درجة})$$

نأخذ الطرف الأول:

$$\langle \Psi | \hat{L} | \Psi \rangle = \langle \Psi | \hat{L} \Psi \rangle = \langle \Psi | \lambda \Psi \rangle = \lambda \langle \Psi | \Psi \rangle \quad (3 \text{ درجة})$$

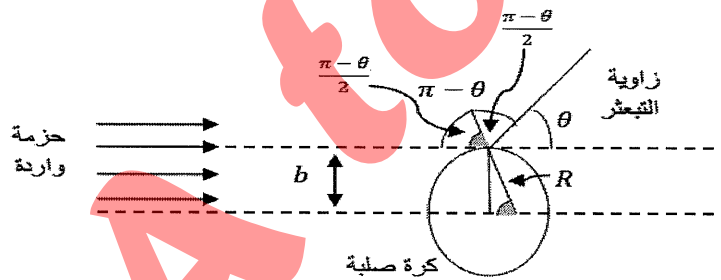
نأخذ الطرف الثاني:

$$(\langle \Psi | \hat{L} | \Psi \rangle)^* = (\langle \Psi | \hat{L} \Psi \rangle)^* = (\langle \Psi | \lambda \Psi \rangle)^* = \lambda^* \langle \Psi | \Psi \rangle^* = \lambda^* \langle \Psi | \Psi \rangle \quad (3 \text{ درجة})$$

$$\Rightarrow \lambda \langle \Psi | \Psi \rangle = \lambda^* \langle \Psi | \Psi \rangle \Rightarrow (\lambda - \lambda^*) \langle \Psi | \Psi \rangle = 0 \quad (3 \text{ درجة})$$

$$(3 \text{ درجة}) \text{ وهو المطلوب } \Rightarrow \lambda - \lambda^* = 0 \Rightarrow \lambda = \lambda^* \quad \text{نعلم أن } \langle \Psi | \Psi \rangle \neq 0$$

الجواب الثاني (21 درجة): الرسم (3 درجة)



$$2 - (3 \text{ درجة}) \sin\left(\frac{\pi - \theta}{2}\right) = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{b}{R} \Rightarrow \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{b}{R}$$

$$\Rightarrow b = R \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (3 \text{ درجة})$$

1- نعلم أن:

$$\sigma(\theta) = \frac{b}{\sin \theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right| \quad (3 \text{ درجة})$$

$$\frac{db}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} \left(R \cos \left(\frac{\theta}{2} \right) \right) = -\frac{1}{2} R \sin \frac{\theta}{2}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{db}{d\theta} \right| = \frac{R}{2} \sin \frac{\theta}{2} \text{ (درجة 3)}$$

$$\Rightarrow \sigma(\theta) = \frac{R \cos \left(\frac{\theta}{2} \right) R}{\sin \theta} \frac{1}{2} \sin \frac{\theta}{2} = \frac{R^2}{2} \frac{\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}} = \frac{R^2}{4} \text{ (درجة 3)}$$

$$\Rightarrow R = 4 \text{ cm} \Rightarrow \sigma(\theta) = \frac{1}{4} |4|^2 = 4 \text{ cm}^2 \text{ (درجة 3)}$$

الجواب الثالث (16 درجة):

1- نكتب معادلة ديراك بالشكل:

$$(\hat{E} - \hat{H}_D) \psi = 0 \text{ (درجة 3)}$$

حيث يقابل المؤثران العبارتين التاليتين:

$$\text{(درجة 2)} \quad \hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \quad \text{(درجة 2)} \quad \hat{H}_D = c\alpha_n \hat{p}_n + \rho_3 m_0 c^2$$

2- عند وجود حقل كهرومغناطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$ ، يأخذ المؤثران السابقان

الصيغتين التاليتين:

$$\text{(درجة 2)} \quad \hat{F} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - e\phi, \quad \text{(درجة 2)} \quad \hat{p} = -i\hbar \vec{\nabla} - \frac{e}{c} \vec{A}$$

وبالتالي تؤول معادلة ديراك بوجود حقل كهرومغناطيسي إلى الصيغة التالية:

$$\text{(درجة 2)} \quad [\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2] \psi = 0 \quad ; \quad n = 1, 2, 3$$

3- الشكل المرافق لمعادلة ديراك الأخيرة هو:

$$\text{(درجة 3)} \quad \psi^+ [\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2] = 0$$

الجواب الرابع (16 درجة):

$$\text{(درجة 3)} \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin \theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right|$$

لدينا:

$$b = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E} \right) \cot \frac{\theta}{2} = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E} \right) \left(\frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} \right) \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\frac{db}{d\theta} = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E} \right) \left(-\frac{1}{2\sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \right) \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\left| \frac{db}{d\theta} \right| = \frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E 2\sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\sin \theta} \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E} \right) \left(\frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} \right) \frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E 2\sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$= \frac{1}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}} \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E} \right) \left(\frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} \right) \frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E 2\sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)}$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{q_1 q_2}{16\pi\epsilon_0 E \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \right)^2 \quad (3 \text{ درجة})$$

$$\text{حيث: } \sin \theta = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \quad (2 \text{ درجة})$$

الجواب الخامس (22 درجة):

1- لتكون المصفوفة ضد هرميتية يجب أن تحقق الشرط $A^+ = -A$ (2 درجة)

$$\begin{pmatrix} ai & -b+ci \\ b+ci & di \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -ai & -b-ci \\ b-ci & -di \end{pmatrix} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$= - \begin{pmatrix} ai & b+ci \\ -b+ci & di \end{pmatrix} = -A \quad (2 \text{ درجة})$$

وبالتالي المصفوفة ضد هرميتية.

2- الجسيم حرّ وبالتالي فرق الكمون يساوي الصفر $V = 0$ (2 درجة)

$$[\hat{p}, \hat{H}] = 0 \quad (2 \text{ درجة}) \text{ ثابت من ثوابت الحركة}$$

$$(2\text{درجة}) \hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \Rightarrow \left[\hat{p}, -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \right] = 0$$

$$[\hat{p}, \hat{H}] = \hat{p}\hat{H} - \hat{H}\hat{p} \text{ (2درجة)}$$

$$\hat{p}\hat{H} = -i\hbar \frac{d}{dx} \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \right] = \frac{i\hbar^3}{2m} \frac{d^3}{dx^3} \text{ (2درجة)}$$

$$\hat{H}\hat{p} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \left(-i\hbar \frac{d}{dx} \right) = \frac{i\hbar^3}{2m} \frac{d^3}{dx^3} \text{ (2درجة)}$$

$$\Rightarrow \hat{p}\hat{H} - \hat{H}\hat{p} = 0 \Rightarrow [\hat{p}, \hat{H}] = 0 \text{ (2درجة)}$$

وبالتالي p ثابت من ثوابت الحركة. (2درجة)

مدرساً المقرر: أ.د. أحمد بيشاني، د. سمر عمران

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح

مقرر ميكانيك كم 2- س ⁴ ف
الدرجة: 90 (تسعون)
مدة الامتحان ساعتان
اسم الطالب:



جامعة طرابلس
كلية العلوم
قسم الفيزياء
العام الدراسي 2021-2022م
الفصل الدراسي الأول

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول (16 درجة):

لدينا A مصفوفة هرميتية، $x \neq 0$ شعاع خاص، $\lambda \neq 0$ شعاع خاص، λ قيمة خاصة لهذا الشعاع، أي تحقق معادلة القيم الخاصة: $Ax = \lambda x$ ، λ قيمة خاصة أخرى علماً أن $\lambda \neq \lambda^*$.
والمطلوب أثبت أن:

$$\lambda = \lambda^* \quad -1$$

$$\langle x | \dot{x} \rangle = 0 \quad -2$$

السؤال الثاني (20 درجة):

يرد بروتون كتلته m بسرعة u على هدف ساكن كتلته M ثم يتشتت بسرعة v منحرفاً بزاوية 60° عن اتجاه وروده، ويتشتت الهدف بفعل الاصطدام بسرعة V منحرفاً بزاوية 30° عن اتجاه ورود البروتون، والمطلوب:
أثبت أن الهدف الساكن هو عبارة عن بروتون؟

السؤال الثالث (16 درجة):

- 1- اكتب الشكل العام لمعادلة ديراك موضعاً كل مكون من مكوناتها؟
- 2- كيف تصبح هذه المعادلة بوجود حقل كهرومغناطيسي خارجي مُعطى بالكومنين $(\vec{A}, \phi)$ ؟
- 3- ما هو الشكل المرافق لهذه الصيغة الأخيرة؟

السؤال الرابع (16 درجة):

لدينا جسيمة واردة شحنتها q_1 وطاقتها الحركية E تتشتت على جسيمة أخرى ثقيلة شحنتها q_2 ومستقرة، والمطلوب: أوجد المقطع العرضي التفاضلي لهذا التشتت علماً أن العلاقة التي تربط بارامتر الصدم b بزاوية

$$b = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi \epsilon_0 E} \right) \cot \frac{\theta}{2} \quad \text{حيث } \theta \text{ هي:}$$

السؤال الخامس (22 درجة):

$$1- \text{هل المصفوفة التالية حقيقية متعامدة؟} \begin{pmatrix} a & -\sqrt{1-a^2} \\ \sqrt{1-a^2} & a \end{pmatrix}$$

2- لدينا الدالة الموجية $\Psi = \sqrt{N} e^{ikx}$ والمطلوب:

$$أ- \text{أوجد كثافة تيار الاحتمال } S \text{ علماً أن: } S = \frac{i\hbar}{2m} [\Psi \text{grad} \Psi^* - \Psi^* \text{grad} \Psi]$$

ب- أوجد الكثافة ρ العادية؟

سُلم تصحيح امتحان مقرر ميكانيك كم 2 لطلاب⁴ ف- كلية العلوم - جامعة طرطوس- الدورة الفصلية الأولى
للعام الدراسي 2021-2022

الجواب الأول (16 درجة):

1- بما أنَّ A مصفوفة هرميتية، هذا يؤدي حسب التعريف:

$$(2\text{درجة}) \langle x|Ax \rangle = \langle Ax|x \rangle$$

$$(2\text{درجة}) \langle x|Ax \rangle = \langle x|\lambda x \rangle = \lambda \langle x|x \rangle = \text{طرف أول}$$

$$(2\text{درجة}) \langle Ax|x \rangle = \langle \lambda x|x \rangle = \lambda^* \langle x|x \rangle = \text{طرف ثاني}$$

$$(2\text{درجة}) \Rightarrow \lambda \langle x|x \rangle = \lambda^* \langle x|x \rangle \Rightarrow \lambda = \lambda^*$$

وبالتالي الطلب الأول محقق (القيم الخاصة لمصفوفات هرميتية هي قيم حقيقية).

2- حسب التعريف:

$$(2\text{درجة}) \langle x|A\dot{x} \rangle = \langle Ax|\dot{x} \rangle$$

$$(2\text{درجة}) \Rightarrow \langle x|\dot{\lambda}\dot{x} \rangle = \langle \lambda x|\dot{x} \rangle \Rightarrow \lambda \langle x|\dot{x} \rangle = \lambda^* \langle x|\dot{x} \rangle$$

$$(2\text{درجة}) \Rightarrow \dot{\lambda} \langle x|\dot{x} \rangle - \lambda^* \langle x|\dot{x} \rangle = 0$$

لكن حسب الطلب الأول $\lambda = \lambda^*$ ، وبالتالي:

$$\Rightarrow \dot{\lambda} \langle x|\dot{x} \rangle - \lambda \langle x|\dot{x} \rangle = 0 \Rightarrow (\dot{\lambda} - \lambda) \langle x|\dot{x} \rangle = 0$$

$$(2\text{درجة}) (\dot{\lambda} - \lambda) \neq 0 \Rightarrow \langle x|\dot{x} \rangle = 0$$

أي أنَّ الأشعة الخاصة متعامدة.

الجواب الثاني (20 درجة):

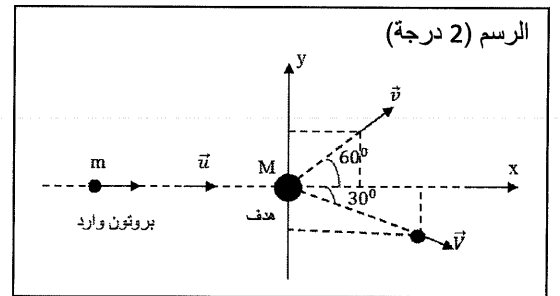
بما أنَّ التصادم مرّن فإنَّ مبدأ انحفاظ الاندفاع ومبدأ انحفاظ الطاقة محققان وبالتالي نستطيع أن نكتب:

$$(2\text{درجة}) 0 + \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2$$

طاقة الجملة الحركية بعد التصادم = طاقة الجملة الحركية قبل التصادم

نضرب طرفي العلاقة بـ $\frac{2}{m}$ ، نجد:

$$(2\text{درجة}) u^2 = v^2 + \frac{M}{m}V^2$$



(1)

نكتب حسب مبدأ انحفاظ الاندفاع:

$$0 + m\vec{u} = m\vec{v} + M\vec{V} \text{ (درجة 2)}$$

نسقط هذه العلاقة المتجهة على جملة محاور إحداثية متعامدة XOY فيها محور السينات منطبق على اتجاه الورود.

1- بالإسقاط على محور السينات OX نجد:

$$mu = mv \cos(60^\circ) + MV \cos(30^\circ) = \frac{mv}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} MV$$
$$\Rightarrow u = \frac{v}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2m} MV \text{ (درجة 2)} \quad (2)$$

2- بالإسقاط على محور العيّنات OY نجد:

$$0 = mv \sin(60^\circ) - MV \sin(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} mv - \frac{MV}{2}$$
$$\Rightarrow 0 = \frac{\sqrt{3}}{2} mv - \frac{MV}{2} \text{ (درجة 2)} \quad (3)$$

من العلاقة (3):

$$\frac{\sqrt{3}}{2} mv = \frac{MV}{2} \Rightarrow v = \frac{MV}{\sqrt{3}m} \text{ (درجة 2)}$$

نعوض في العلاقة (2):

$$u = \frac{MV}{2\sqrt{3}m} + \frac{\sqrt{3}}{2m} MV = \frac{MV}{2\sqrt{3}m} \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right) + \frac{\sqrt{3}}{2m} MV = \frac{\sqrt{3}}{6m} MV + \frac{\sqrt{3}}{2m} MV$$
$$= \frac{\sqrt{3}MV + 3\sqrt{3}MV}{6m} = \frac{4\sqrt{3}MV}{6m} = \frac{2\sqrt{3}MV}{3m} \text{ (درجة 2)}$$

نعوض في العلاقة (1) نجد:

$$\left(\frac{2\sqrt{3}MV}{3m} \right)^2 = \left(\frac{MV}{\sqrt{3}m} \right)^2 + \frac{M}{m} V^2 \text{ (درجة 2)}$$
$$\Rightarrow \frac{12M^2V^2}{9m^2} = \frac{M^2V^2}{3m^2} + \frac{M}{m} V^2 \Rightarrow \frac{4M^2}{3m^2} = \frac{M^2}{3m^2} + \frac{M}{m}$$
$$\Rightarrow \frac{4M^2}{3m^2} - \frac{M^2}{3m^2} = \frac{M}{m} \Rightarrow \frac{M^2}{m^2} = \frac{M}{m} \Rightarrow \frac{M}{m} = 1 \Rightarrow M = m \text{ (درجة 2)}$$

أي الهدف هو بروتون. (الهدف)

الجواب الثالث (16 درجة):

1- نكتب معادلة ديراك بالشكل:

$$(\hat{E} - \hat{H}_D)\Psi = 0 \quad (3 \text{ درجة})$$

حيث يقابل المؤثران العبارتين التاليتين:

$$\hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad (2 \text{ درجة}), \quad \hat{H}_D = c\alpha_n \hat{p}_n + \rho_3 m_0 c^2 \quad (2 \text{ درجة})$$

2- عند وجود حقل كهربي خارجي مُعطى بالكومنين $(\vec{A}, \phi)$ ، يأخذ المؤثران السابقان الصيغتين

التاليتين:

$$\hat{F} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - e\phi \quad (2 \text{ درجة}), \quad \hat{p} = -i\hbar \vec{\nabla} - \frac{e}{c} \vec{A} \quad (2 \text{ درجة})$$

وبالتالي نؤول معادلة ديراك بوجود حقل كهربي إلى الصيغة التالية:

$$[\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2]\Psi = 0 \quad ; \quad n = 1, 2, 3 \quad (2 \text{ درجة})$$

3- الشكل المرافق لمعادلة ديراك الأخيرة هو:

$$\Psi^+ [\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2] = 0 \quad (3 \text{ درجة})$$

الجواب الرابع (16 درجة):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin \theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right| \quad (3 \text{ درجة})$$

لدينا:

$$b = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E} \right) \cot \frac{\theta}{2} = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E} \right) \left(\frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} \right) \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\frac{db}{d\theta} = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E} \right) \left(-\frac{1}{2\sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \right) \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\left| \frac{db}{d\theta} \right| = \frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E 2\sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{\sin \theta} \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E} \right) \left(\frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} \right) \frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E 2\sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \quad (2 \text{ درجة}) \\ &= \frac{1}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}} \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E} \right) \left(\frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} \right) \frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E 2\sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{q_1 q_2}{16\pi\epsilon_0 E \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right)^2 \quad (3 \text{ درجة})$$

$$\text{حيث: } \sin \theta = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \quad (2 \text{ درجة})$$

الجواب الخامس (22 درجة):

1- إن المصفوفة حقيقية متعامدة تعني أنها واحدة، ولتكون المصفوفة واحدة يجب أن تحقق الشرط

$$(2 \text{ درجة}) \quad A^+ A = I \text{ or } A^+ = A^{-1}$$

$$\begin{aligned} (2 \text{ درجة}) \quad A^+ &= \begin{pmatrix} a & \sqrt{1-a^2} \\ -\sqrt{1-a^2} & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & \sqrt{1-a^2} \\ -\sqrt{1-a^2} & a \end{pmatrix} \\ A^+ A &= \begin{pmatrix} a & \sqrt{1-a^2} \\ -\sqrt{1-a^2} & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & -\sqrt{1-a^2} \\ \sqrt{1-a^2} & a \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} a^2 + 1 - a^2 & -a\sqrt{1-a^2} + a\sqrt{1-a^2} \\ -a\sqrt{1-a^2} + a\sqrt{1-a^2} & 1 - a^2 + a^2 \end{pmatrix} (2 \text{ درجة}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= I (2 \text{ درجة}) \end{aligned}$$

وبالتالي المصفوفة حقيقة متعامدة، أي واحدة.

$$\begin{aligned} s &= \frac{i\hbar}{2m} [\Psi \text{grad} \Psi^* - \Psi^* \text{grad} \Psi] = \frac{i\hbar}{2m} \left[\sqrt{N} e^{ikx} \frac{d}{dx} (\sqrt{N} e^{-ikx}) - \sqrt{N} e^{-ikx} \frac{d}{dx} (\sqrt{N} e^{ikx}) \right] (2 \text{ درجة}) \\ &= \frac{i\hbar}{2m} [\sqrt{N} e^{ikx} \sqrt{N} (-ike^{-ikx}) - \sqrt{N} e^{-ikx} \sqrt{N} (ike^{ikx})] (2 \text{ درجة}) \\ &= \frac{i\hbar}{2m} [-ikN - ikN] = \frac{i\hbar}{2m} [-2ikN] (2 \text{ درجة}) = \frac{\hbar k N}{m} = \frac{pN}{m} = v \cdot N (2 \text{ درجة}) \end{aligned}$$

$$\text{حيث } p = mv \Rightarrow v = \frac{p}{m} \quad (2 \text{ درجة})$$

ب-

$$(2 \text{ درجة}) \quad \rho = \Psi \Psi^* = \sqrt{N} e^{ikx} \sqrt{N} e^{-ikx} = N (2 \text{ درجة})$$

مدرسا المقرر: أ.د. أحمد بيشاني، د. سمر عمران

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح



مكتبة
A to Z