كلية **العلوم**

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثالثة**

اسئلة دورات محلولة

كهرطيسية

جامعة طرطوس	امتحان مقرر **الكهرطيسية**	الاسم:
كلية العلوم	لطلاب **السنة الثالثة فيزياء**	المدة: ساعتان
قسم الفيزياء	للعام الدراسي 2025/2024 – **الدورة الفصلية الثانية**	الدرجة: 90

السؤال الأول (30 درجة):

تعطى معادلات مكسويل بشكلها التفاضلي في الحالة العامة بالشكل التالي:

$$\vec{\nabla}.\vec{D}(\vec{r},t)=\rho(\vec{r},t); \quad (1) \qquad \vec{\nabla}\times\vec{E}(\vec{r},t)=-\frac{\partial\vec{B}(\vec{r},t)}{\partial t}; \quad (2)$$

$$\vec{\nabla}.\vec{B}(\vec{r},t)=0; \quad (3) \qquad \vec{\nabla}\times\vec{H}(\vec{r},t)=\vec{J}(\vec{r},t)+\frac{\partial\vec{D}(\vec{r},t)}{\partial t}; \quad (4)$$

أولاً– أعط التفسير الفيزيائي لهذه المعادلات بشكل مختصر. 12

ثانياً– أوجد الشكل التكاملي لمعادلة مكسويل (2) بشكل مفصّل مع شرح ما يلزم وموضحاً كيف ينشأ ثنائي القطب المغنطيسي من وجهتي النظر **الماكروسكوبية** و**الميكروسكوبية**. 8

ثالثاً– أوجد الشكل التكاملي لمعادلة مكسويل (4) بشكل مفصّل مع شرح ما يلزم. 10

السؤال الثاني (26 درجة):

يُعطى قانون مصونية طاقة الحقل الكهرطيسي بالمعادلة التالية:

$$-\oint_S \vec{S}.d\vec{S}=\int_V \vec{E}.\vec{J}dV+\frac{\partial}{\partial t}\int_V\left(\frac{1}{2}\varepsilon E^2+\frac{1}{2}\mu H^2\right)dV.$$

أولاً– أعطِ تفسيراً فيزيائياً لهذه المعادلة؟ **ثانياً**– عن ماذا تُعبّر متجهة بوينتنغ هنا؟

ثالثاً– إلى أي شكل تؤول المعادلة المعطاة من أجل منطقة لا تحتوي أية شحنات أو تيارات؟ وماذا تستنتج؟

رابعاً– ادرس المعادلة الناتجة في الطلب **ثالثاً** في الحالة المستقرة. وماذا تستنتج؟

خامساً– ما أهمية متجهة بوينتنغ في علم الضوء؟

السؤال الثالث (20 درجة):

بيّن أن المركبة **المركبة المماسية** للحقل **الكهربائي** $\vec{E}$ مستمرة عند السطح الفاصل بين وسطين ماديين مختلفين ثم استنتج أن المركبة المماسية لكثافة التيار $\vec{J}=\sigma\,\vec{E}$ منقطعة **(وضح إجابتك بالرسم)**.

السؤال الرابع (14 درجة):

أولاً– اشرح مفهوم سرعة الطور وسرعة المجموعة مستنتجاً أثناء ذلك علاقة كل منهما وموضحاً الفارق بينهما. 4

ثانياً– عدّد خصائص الأمواج الكهرطيسية التوافقية المستوية. وهل للأمواج المستوية وجود في الواقع؟ 4

ثالثاً– تنتشر موجة كهرطيسية مستوية في الخلاء وفق الاتجاه الموجب للمحور Z، حقلها الكهربائي على طول اتجاه المحور X، وحقلها المغناطيسي على طول اتجاه المحور Y. والمطلوب **إثبات صحة العلاقة** $\vec{B}=\frac{1}{\omega}\vec{k}\wedge\vec{E}$. 6

ملاحظة: للرموز المستخدمة مدلولاتها الفيزيائية المعروفة.

طرطوس في 2025/08/07

أ. د. حسن عبد الكريم سليمان

سلم تصحيح الرياضية س٣ فيزياء

توزيع العلامة على جواب السؤال الأول (30 درجة):

$$\vec{\nabla}.\vec{D}(\vec{r},t)=\rho(\vec{r},t); \quad (1) \qquad \vec{\nabla}\times\vec{E}(\vec{r},t)=-\frac{\partial\vec{B}(\vec{r},t)}{\partial t}; \quad (2)$$

$$\vec{\nabla}.\vec{B}(\vec{r},t)=0; \quad (3) \qquad \vec{\nabla}\times\vec{H}(\vec{r},t)=\vec{J}(\vec{r},t)+\frac{\partial\vec{D}(\vec{r},t)}{\partial t}; \quad (4)$$

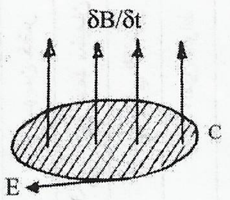
تربط معادلة مكسويل الأولى بين الحقل الكهربائي $\vec{E}$ ومنبع الحقل المتمثل هنا بالشحنات الكهربائية الحقيقية المتواجدة في الطبيعة. وتمثل الشكل التفاضلي لقانون غوص: تفرق حقل التحريض الكهربائي $\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$ في نقطة ما يساوي إلى كثافة الشحنات الحجمية ρ المتوضعة في هذه النقطة، كما تُعبّر عن شكل آخر لقانون كولون. 3

تُعبّر المعادلة الثانية عن الشكل التفاضلي لقانون فاراداي في التحريض الكهرطيسي: تغير الحقل المغناطيسي بالنسبة للزمن يولّد في سلك مغلق متوضّع في هذا الحقل تدفقاً للتيار المتحرض في هذا السلك، ويولّد التيار المتحرض بدوره دواراً للحقل الكهربائي. 3

وتدل المعادلة الثالثة على عدم وجود شحنات مغناطيسية حقيقية حرة في الطبيعة، لذلك، فإن التيارات هي التي تولّد الحقول المغناطيسية. ويمكن أن نقول في هذا الإطار، أن التيار المغناطيسي وهمي، وحتى الشحنات المغناطيسية هي شحنات وهمية، أي أن الشحنات المغناطيسية غير مستقلة عن بعضها البعض، إذ لا توجد شحنات سالبة أو موجبة بحيث تكون معزولة عن بعضها البعض، أي أن التيار المغناطيسي دائماً ثنائي القطبية. 3

والمعادلة الرابعة تعميم لقانون أمبير في المغناطيسية الذي حصل عليه مكسويل نتيجة دراساته النظرية: جولان الحقل المغناطيسي حول محيط مغلق يساوي إلى تيار الناقلية I_c مضافاً إليه تيار الإزاحة I_d. 3

لإيجاد الشكل التكاملي لمعادلة مكسويل **(2)** نأخذ عروة من سلك ناقل مغلق، C، تُحدد سطحاً مفتوحاً، S، كما في الشكل المجاور ونطبق مبرهنة **ستوكس** بعد تكامل طرفي المعادلة الناتجة فنجد:



$$\int_S(\vec{\nabla}\wedge\vec{E})\cdot\vec{n}dS=-\int_s\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\vec{n}dS\,.$$

$$\therefore\oint_C\vec{E}\cdot d\vec{l}=-\frac{d}{dt}\int_S\vec{B}\cdot\vec{n}dS=-\frac{d}{dt}\Phi_m\,,$$

حيث $d\vec{l}$ عنصر طولي من السلك الناقل، و $\int_S\vec{B}\cdot\vec{n}dS=\Phi_m$ تدفق خطوط الحقل المغنطيسي خلال السطح S، **ويمثل الطرف الأيسر** لهذه المعادلة القوة المحركة الكهربائية التي تولّد التيار المتحرض في الدارة، إذاً:

$$U_{ind}=\oint_C\vec{E}\cdot d\vec{l}=-\frac{d}{dt}\int_S\vec{B}\cdot d\vec{S} \qquad \text{ومن ثمّ} \qquad U_{ind}=-\frac{d\Phi_m}{dt}$$

أضف إلى ذلك، عندما لا يتغير الحقل المغنطيسي لا يتدفق التيار في السلك. ولقد **استنتج فاراداي** من ذلك، أن تغيّر الحقل المغنطيسي بالنسبة للزمن يولد قوة كهربائية تؤثر على الشحنات، مما يؤكد أن الحقل المغنطيسي المتغير زمنياً يُنتج حقلاً كهربائياً.

ينص قانون فاراداي بصيغته التكاملية على أن جولان الحقل الكهربائي حول مسار مغلق C يساوي المعدل الزمني لتغير التدفق المغنطيسي أو سرعة تدفق حقل التحريض المغنطيسي عبر السطح المُحَدّ بالمسار C. 8

ولإيجاد الشكل التكاملي لمعادلة مكسويل **(4)** نأخذ دارة كهربائية مؤلفة من سلك ناقل ومكثفة مستوية سعتها C بحيث تكون المسافة الفاصلة بين لبوسيها صغيرة للحصول على حقل كهربائي متجانس. ثم نضع الدارة الكهربائية في حقل تحريض مغناطيسي متغير مع الزمن $\vec{B}(t)$. ثم نطبق مبرهنة ستوكس على المعادلة فنجد:

$$\int_S \vec{\nabla}\Lambda \vec{\mathrm{H}}.d\vec{S} = \int_S (\vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}).d\vec{S}; \qquad \therefore \oint_C \vec{\mathrm{H}}.d\vec{\ell} = \int_S (\vec{J}_c + \vec{J}_d).d\vec{S},$$

حيث $\vec{J}_c$ كثافة تيار الناقلية و $\vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ كثافة تيار الإزاحة، ومنه: $\oint_c \vec{\mathrm{H}}.d\vec{\ell} = I_c + I_d.$

حيث I_c تيار الناقلية في سلك الدارة و I_d تيار الإزاحة بين لبوسي المكثفة.

إذاً، كثافة التيار الكلية $\vec{J}_{tot}$ تساوي مجموع كثافتي تيار الناقلية وتيار الإزاحة. وتدل معادلة مكسويل هذه على أن تغير الحقل الكهربائي بالنسبة للزمن يولد حقلاً مغناطيسياً دواراً إلى جانب تيار الناقلية. 10

توزيع العلامة على جواب السؤال الثاني (26 درجة):

يمكن تفسر المعادلة المعطاة وفق الآتي: تدفق الطاقة الكهرطيسية في وحدة الزمن إلى داخل السطح يساوي مقدار تزايد الطاقة الكهرطيسية في وحدة الزمن مضافاً إليها الطاقة الضائعة في وحدة الزمن بفعل جول. **وتعبّر** المتجهة $\vec{S}$ عن تدفق الطاقة الكهرطيسية في نقطة ما من السطح المغلق. بتعبير آخر تعبّر عن الاستطاعة المنقولة بواسطة الموجة الكهرطيسية عندما تجتاز سطحاً ما من جهة إلى أخرى. "يمكن صياغة نظرية بوينتنغ بشكل آخر، كما يلي:

$$\oint_S \vec{S}.d\vec{S} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_V \left(\frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2\right)dV - \int_V \vec{E}.\vec{J}dV.$$

الاستطاعة الإجمالية التي تغادر الحجم V تساوي معدل تناقص الطاقة المختزنة في الحقلين الكهربائي والمغناطيسي مطروحاً منها الاستطاعة المفقودة على شكل حرارة جول". 10

يُعطى تدفق الطاقة الكهرطيسية في منطقة لا تحتوي شحنات وتيارات بالعلاقة:

$$-\oint_V \vec{\nabla}.\vec{S}\,dV = \int_V \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2\right)dV\ ; \quad J=0.$$

ومن ثم:
$$\vec{\nabla}.\vec{S} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2\right) = -\frac{\partial w_{EB}}{\partial t}.$$

وتشبه هذه العلاقة معادلة الاستمرار التي تُعبّر بشكلٍ صريحٍ عن قانون مصونية الشحنة.

ونستنتج أنه لا يوجد تدفقاً للطاقة بالنسبة للحقول الساكنة أو المستقرة في الأوساط التي لا تحتوي على شحنات وتيارات، ونلاحظ ذلك من العلاقة التالية: 8

$$\vec{\nabla}.\vec{S} = \vec{\nabla}.(\vec{E}\wedge\vec{H}) = \vec{H}.(\vec{\nabla}\wedge\vec{E}) - \vec{E}.(\vec{\nabla}\wedge\vec{H}) = \vec{H}.(0) - \vec{E}.(0) = 0.$$

1- ينتج من دراسة **الحالة المستقرة**، كحالة خاصة، عندما $\partial w_{EB}/\ \partial t = 0$، أن طاقة الحقل الكهرطيسي في الحجم V **لا تتغير** ويُعوّض ضياع الطاقة على شاكلة حرارة جول بتدفق طاقة الحقل الكهرطيسي من الخارج. وهكذا، نقتنع بأن للمتجهة $\vec{S}$ معنى **كثافة طاقة** الحقل الكهرطيسي في الحجم V في الوسط المدروس. وبالتالي، تأخذ أبعاد W/m².

2- وإذا عدنا إلى الحالة الخاصة الأخرى، عندما لا تشع الجملة المدروسة أي عندما:

$$\int_V div\vec{S}\,dV = \oint_S \vec{S}.\vec{n}\,dS = 0,$$

فإن إصدار حرارة جول مرتبط بتناقص طاقة الحقل الكهرطيسي في الحجم V. وبالتالي، يمكن تفسير w_{EB} على أنها كثافة طاقة الحقل الكهرطيسي في الحجم V في الوسط أيضاً.

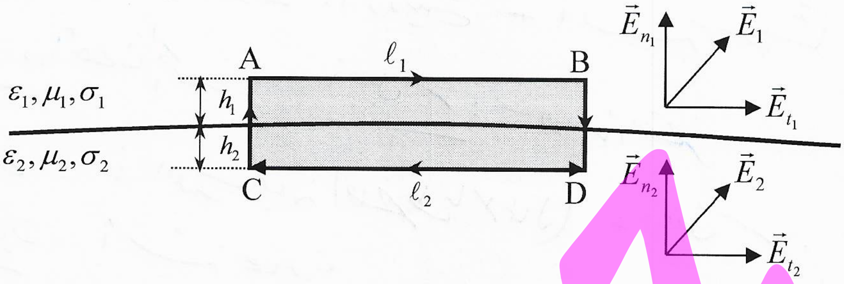
تتجلى **أهمية متجهة بوينتنغ في علم الضوء** بكون قيمتها الوسطى تُمثّلْ شدة الضوء المنتشر، واتجاهها يُحدّد اتجاه انتشار الضوء. 8

توزيع العلامة على جواب السؤال الثالث (20 درجة):

للإجابة على هذا السؤال ننشئ غشاءً على شاكلة مستطيل على السطح الفاصل بين الوسطين طوله ℓ وعرضه h_1 في الوسط الأول و h_2 في الوسط الثاني. ونأخذ الاتجاه الموجب للجولان، كما في الشكل الآتي. نطبق معادلة مكسويل الثانية، فنجد: 3

$$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = -\frac{\partial}{\partial t}\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}\,;$$

ومن ثمَّ



$$\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{\ell}_1 + \int_B^C \vec{E}\cdot(d\vec{h}_1 + d\vec{h}_2) + \int_C^D \vec{E}\cdot d\vec{\ell}_2 + \int_D^A \vec{E}\cdot(d\vec{h}_2 + d\vec{h}_1) = -\frac{\partial}{\partial t}\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}.$$

ومن ثمَّ:

$$\ell E_{t_1} - h_1 E_{n_1} - h_2 E_{n_2} - \ell E_{t_2} + h_2 E_{n_2} + h_1 E_{n_1} + h_1 E_{n_1} = -\frac{\partial \overline{B_n}}{\partial t}\ell(h_1 + h_2),$$

حيث $\overline{B_n}$ التدفق المغنطيسي الوسطي عبر الغشاء الرقيق.

وعندما $h_1 \to 0$ و $h_2 \to 0$، فإن مساحة المستطيل تتناهى إلى الصفر، ومن ثمَّ:

$$\ell\left(E_{t_1} - E_{t_2}\right) = 0;\quad \ell \neq 0$$

ومن ثمَّ:

$$E_{t_1} - E_{t_2} = 0 \qquad \text{أو} \qquad \boxed{\vec{e}_n \wedge \left(\vec{E}_1 - \vec{E}_2\right) = 0}$$

نلاحظ هنا، أن **المركبة المماسية** للحقل $\vec{E}$ مستمرة عند السطح الفاصل. 5

إنَّ المركبة المماسية لكثافة التيار **منقطعة**، طالما أنَّ $\vec{J} = \sigma\,\vec{E}$ حيث نعوض في العلاقة الأخيرة، $\sigma_1 J_{t_1} - \sigma_2 J_{t_2} = 0$، فنجد أنَّ مقدار الانقطاع يساوي σ_1/σ_2، لأن:

$$\boxed{\frac{J_{t_1}}{J_{t_2}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}}.$$

3

توزيع العلامة على جواب السؤال الرابع (14 درجة):

أولاً- من خواص الموجة المستوية،

- الأمواج الكهرطيسية المستوية عرضانية، أي أن الحقلين $\vec{E}$ و $\vec{H}$ عموديان على اتجاه الانتشار.
- لا يملك الحقلان $\vec{E}$ و $\vec{H}$ مركبات وفق منحى الانتشار.
- للحقلين $\vec{E}$ و $\vec{H}$ الطور نفسه، أي أن فرق الطور بينهما يساوي الصفر.
- سعة الموجة المستوية ثابتة، ولا تتغير وتساوي كثافة طاقتها الكهربائية التي تنقلها كثافة طاقتها المغنطيسية في الخلاء وتنتشر بسرعة تساوي سرعة الضوء في الخلاء.
- سرعتها الطورية تساوي سرعة المجموعة في الفراغ.

4/

إن **مفهوم الموجة المستوية** مفهوم مثالي، والموجة المستوية لا توجد في الطبيعة.

ثانياً- سرعة الطور: يكون الحقلان $\vec{E}$ و $\vec{H}$ في الموجة الكهرطيسية المستوية متماثلين في مستويات عمودية على منحى انتشار الموجة. وهذا يعني، أنه إذا كان الانتشار وفق Z، فإن المستويات (Z=const.) ذوات الأطوار الثابتة تنتشر بسرعة υ_{ph} ندعوها بسرعة الطور، أي

$$\omega t - kz = \text{const.} \quad \Rightarrow \quad \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k} = \upsilon_{ph} = c = \lambda f$$

ومن ثمَّ سرعة الطور ثابتة وتساوي سرعة الضوء في الخلاء.

سرعة المجموعة أو سرعة انتقال الطاقة: من غير الممكن الحصول على أمواج كهرطيسية وحيدة اللون، ولكن يمكن الحصول على أمواج كهرطيسية ذوات أطوال موجية متقاربة جداً من بعضها البعض، وتتحرك بسرعة υ_g تدعى سرعة المجموعة أو سرعة انتقال الطاقة. وتُشكّل هذه الأمواج **باقة** من الأمواج.

تدعى سرعة مستويات (سطوح) تساوي السعة بسرعة المجموعة أو سرعة انتقال الطاقة:

$$(\delta\omega)t - (\delta k)z = \text{const.} \quad \Rightarrow \quad \delta\omega\, dt - \delta k\, dz = 0\,;$$

ومن ثمَّ $\upsilon_g = \dfrac{dz}{dt} = \dfrac{\delta\omega}{\delta k}$

4/

ثالثاً- نجد من معطيات المسألة المطروحة، أن $\vec{E}(E_x,0,0)$ و $\vec{k}(0,0,K_z)$.

لنوجد الآن الجداء المتجه التالي:

$$\vec{k} \wedge \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ 0 & 0 & k_z \\ E_0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0\vec{e}_x + k_z E_x \vec{e}_y + 0\vec{e}_z = k_z E_x \vec{e}_y = k_z c B_y\,.$$

ومن جهة أخرى، لدينا: $k_z = \dfrac{\omega}{c}$، وبالتالي:

$$\vec{k} \wedge \vec{E} = \omega B_y \vec{e}_y = \omega \vec{B} \quad \Rightarrow \quad \vec{B} = \frac{1}{\omega}\vec{k} \wedge \vec{E}\,.$$

6/

جامعة طرطوس	امتحان مقرر **الكهرطيسية**	الاسم:
كلية العلوم	لطلاب السنة **الثالثة** فيزياء	المدة: ساعتان
قسم الفيزياء	للعام الدراسي **2025/2024** – الدورة الفصلية **الأولى**	الدرجة: 90

السؤال الأول (30 درجة):

تعطى معادلات مكسويل بشكلها التفاضلي في الحالة العامة بالشكل التالي:

$$\vec{\nabla}.\vec{D}(\vec{r},t)=\rho(\vec{r},t); \quad (1) \qquad \vec{\nabla}\times\vec{E}(\vec{r},t)=-\frac{\partial\vec{B}(\vec{r},t)}{\partial t}; \quad (2)$$

$$\vec{\nabla}.\vec{B}(\vec{r},t)=0; \quad (3) \qquad \vec{\nabla}\times\vec{H}(\vec{r},t)=\vec{J}(\vec{r},t)+\frac{\partial\vec{D}(\vec{r},t)}{\partial t}; \quad (4)$$

أولاً– أعط تفسيراً فيزيائياً لهذه المعادلات بشكل مختصر.

ثانياً– كيف تصبح هذه المعادلات في الحقول **الساكنة**؟ وهل يوجد ترابط بين الحقلين الكهربائي والمغناطيسي في هذه الحالة؟. **ثالثاً**– كيف تصبح هذه المعادلات في الحقول **المستقرة**؟ وهل يوجد ترابط بين الحقلين الكهربائي والمغناطيسي في هذه الحالة؟. **رابعاً**– أوجد الشكل التكاملي لمعادلة مكسويل (4) بشكل مفصّل مع شرح ما يلزم.

السؤال الثاني (24 درجة):

يُعطى قانون مصونية طاقة الحقل الكهرطيسي بالمعادلة التالية:

$$-\oint_S \vec{S}.d\vec{S}=\int_V \vec{E}.\vec{J}dV+\frac{\partial}{\partial t}\int_V\left(\frac{1}{2}\varepsilon E^2+\frac{1}{2}\mu H^2\right)dV.$$

أولاً– أعطِ تفسيراً فيزيائياً لهذه المعادلة؟ **ثانياً**– عن ماذا تُعبّر متجهة بوينتنغ هنا؟

ثالثاً– إلى أي شكل تؤول المعادلة المعطاة من أجل منطقة لا تحتوي أية شحنات أو تيارات؟ وماذا تستنتج؟

رابعاً– ادرس المعادلة الناتجة في الطلب **ثالثاً** في الحالة المستقرة. وماذا تستنتج؟

خامساً– ما أهمية متجهة بوينتنغ في علم الضوء؟

السؤال الثالث (20 درجة):

بيّن أن المركبة الناظمية لحقل التحريض المغناطيسي $\vec{B}$ مستمرة عند السطح الفاصل بين وسطين ماديين مختلفين ثم استنتج أن المركبة الناظمية للحقل المغناطيسي $\vec{H}$ منقطعة (وضح إجابتك بالرسم).

السؤال الرابع (16 درجة):

أولاً– اشرح مفهوم سرعة الطور وسرعة المجموعة مستنتجاً أثناء ذلك علاقة كل منهما وموضحاً الفرق بينهما.

ثانياً– عدد خصائص الأمواج الكهرطيسية التوافقية المستوية. وهل للأمواج المستوية وجود في الواقع؟

ثالثاً– تنتشر موجة كهرطيسية مستوية في الخلاء وفق الاتجاه الموجب للمحور Z، حقلها الكهربائي على طول اتجاه المحور X، وحقلها المغناطيسي على طول اتجاه المحور Y. والمطلوب **إثبات صحة العلاقة** $\vec{B}=\frac{1}{\omega}\vec{k}\wedge\vec{E}$.

ملاحظة: للرموز المستخدمة مدلولاتها الفيزيائية المعروفة.

طرطوس في 2025/02/05

أ. د. حسن سليمان

توزيع العلامة على جواب السؤال الأول (30 درجة): 8 + 5 + 5 + 3 + 3 + 3 + 3

$$\vec{\nabla}.\vec{D}(\vec{r},t)=\rho(\vec{r},t); \quad (1) \qquad \vec{\nabla}\times\vec{E}(\vec{r},t)=-\frac{\partial\vec{B}(\vec{r},t)}{\partial t}; \quad (2)$$

$$\vec{\nabla}.\vec{B}(\vec{r},t)=0; \quad (3) \qquad \vec{\nabla}\times\vec{H}(\vec{r},t)=\vec{J}(\vec{r},t)+\frac{\partial\vec{D}(\vec{r},t)}{\partial t}; \quad (4)$$

تربط معادلة مكسويل الأولى بين الحقل الكهربائي $\vec{E}$ ومنبع الحقل المتمثل هنا بالشحنات الكهربائية الحقيقية المتواجدة في الطبيعة. وتمثل الشكل التفاضلي لقانون غوص: تفرق حقل التحريض الكهربائي $\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$ في نقطة ما يساوي إلى كثافة الشحنات الحجمية ρ المتوضعة في هذه النقطة، كما تُعبّر عن شكل آخر لقانون كولون.

تُعبّر المعادلة الثانية عن الشكل التفاضلي لقانون فاراداي في التحريض الكهرطيسي: تغير الحقل المغناطيسي بالنسبة للزمن يولّد في سلك مغلق متوضّع في هذا الحقل تدفقاً للتيار المتحرض في هذا السلك، ويولّد التيار المتحرض بدوره دواراً للحقل الكهربائي.

وتدل المعادلة الثالثة على عدم وجود شحنات مغناطيسية حقيقية حرة في الطبيعة، لذلك، فإن التيارات هي التي تولّد الحقول المغناطيسية. ويمكن أن نقول في هذا الإطار، أن التيار المغناطيسي وهمي، وحتى الشحنات المغناطيسية هي شحنات وهمية، أي أن الشحنات المغناطيسية غير مستقلة عن بعضها البعض، إذ لا توجد شحنات سالبة أو موجبة بحيث تكون معزولة عن بعضها البعض، أي أن التيار المغناطيسي دائماً ثنائي القطبية.

والمعادلة الرابعة تعميم لقانون أمبير في المغناطيسية الذي حصل عليه مكسويل نتيجة دراساته النظرية: جولان الحقل المغناطيسي حول محيط مغلق يساوي إلى تيار الناقلية I_c مضافاً إليه تيار الإزاحة I_d.

$$\vec{\nabla}.\vec{D}(\vec{r},t)=\rho(\vec{r},t); \quad (1) \qquad \vec{\nabla}\times\vec{E}(\vec{r},t)=0; \quad (2)$$

$$\vec{\nabla}.\vec{B}(\vec{r},t)=0; \quad (3) \qquad \vec{\nabla}\times\vec{H}(\vec{r},t)=0; \quad (4)$$

ولا يوجد ترابط بين الحقلين.

$$\vec{\nabla}.\vec{D}(\vec{r},t)=\rho(\vec{r},t); \quad (1) \qquad \vec{\nabla}\times\vec{E}(\vec{r},t)=0; \quad (2)$$

$$\vec{\nabla}.\vec{B}(\vec{r},t)=0; \quad (3) \qquad \vec{\nabla}\times\vec{H}(\vec{r},t)=\vec{J}(\vec{r},t); \quad (4)$$

يوجد ترابط بين الحقلين من خلال المعادلة (4).

الشكل التكاملي لمعادلة الرابعة: لنأخذ دارة كهربائية مؤلفة من سلك ناقل ومكثفة مستوية سعتها C بحيث تكون المسافة الفاصلة بين لبوسيها صغيرة للحصول على حقل كهربائي متجانس. ثم نضع الدارة الكهربائية في حقل تحريض مغناطيسي متغير مع الزمن $\vec{B}(t)$. ثم نطبق مبرهنة ستوكس على المعادلة فنجد:

$$\int_S \vec{\nabla}\Lambda\vec{\mathrm{H}}.d\vec{S}=\int_S(\vec{J}_c+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}).d\vec{S}; \qquad \therefore \oint_C \vec{\mathrm{H}}.d\vec{\ell}=\int_S(\vec{J}_c+\vec{J}_d).d\vec{S},$$

حيث $\vec{J}_c$ كثافة تيار الناقلية و $\vec{J}_d=\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$ كثافة تيار الإزاحة ومنه $\oint_c \vec{\mathrm{H}}.d\vec{\ell}=I_c+I_d$.

حيث I_c تيار الناقلية في سلك الدارة و I_d تيار الإزاحة بين لبوسي المكثفة.

إذاً، كثافة التيار الكلية $\vec{J}_{tot}$ تساوي مجموع كثافتي تيار الناقلية وتيار الإزاحة: $\vec{J}_{tot}=\vec{J}_c+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$.

وتدل معادلة مكسويل هذه على أن تغير الحقل الكهربائي بالنسبة للزمن يولد حقلاً مغناطيسياً دواراً إلى جانب تيار الناقلية.

توزيع العلامة على جواب السؤال الثاني (24 درجة): 2 + 4 + 8 + 5 + 5

أولاً– يمكن تفسر المعادلة المعطاة وفق الآتي: تدفق الطاقة الكهرطيسية في وحدة الزمن إلى داخل السطح يساوي مقدار تزايد الطاقة الكهرطيسية في وحدة الزمن مضافاً إليها الطاقة الضائعة في وحدة الزمن بفعل جول.

ثانياً– تعبّر المتجهة $\vec{S}$ عن تدفق الطاقة الكهرطيسية في نقطة ما من السطح المغلق.

ثانياً– بتعبير آخر تعبّر عن الاستطاعة المنقولة بواسطة الموجة الكهرطيسية عندما تجتاز سطحاً ما من جهة إلى أخرى.

ثانياً– "يمكن صياغة نظرية بوينتنغ بشكل آخر، كما يلي:

$$\oint_S \vec{S}.d\vec{S} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_V \left(\frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2\right)dV - \int_V \vec{E}.\vec{J}dV.$$

الاستطاعة الإجمالية التي تغادر الحجم V تساوي معدل تناقص الطاقة المختزنة في الحقلين الكهربائي والمغناطيسي مطروحاً منها الاستطاعة المفقودة على شكل حرارة جول".

ثالثاً– يُعطى تدفق الطاقة الكهرطيسية في منطقة لا تحتوي شحنات وتيارات بالعلاقة:

$$-\oint_V \vec{\nabla}.\vec{S}\, dV = \int_V \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2\right)dV \;; \quad J=0.$$

وبالتالي:

$$\vec{\nabla}.\vec{S} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2\right) = -\frac{\partial w_{EB}}{\partial t}.$$

$$\therefore\ \vec{\nabla}.\vec{S} = -\frac{\partial w_{EB}}{\partial t}.$$

وتشبه هذه العلاقة معادلة الاستمرار التي تُعبّر بشكلٍ صريح عن قانون مصونية الشحنة.

ونستنتج أنه لا يوجد تدفقاً للطاقة بالنسبة للحقول الساكنة أو المستقرة في الأوساط التي لا تحتوي على شحنات وتيارات، ونلاحظ ذلك من العلاقة التالية:

$$\vec{\nabla}.\vec{S} = \vec{\nabla}.(\vec{E}\wedge\vec{H}) = \vec{H}.\left(\vec{\nabla}\wedge\vec{E}\right) - \vec{E}.\left(\vec{\nabla}\wedge\vec{H}\right) = \vec{H}.(0) - \vec{E}.(0) = 0.$$

رابعاً– دراسة **الحالة المستقرة**، كحالة خاصة، عندما $\partial w_{EB}/\partial t = 0$، فإن طاقة الحقل الكهرطيسي في الحجم V لا تتغير ويُعوَّض ضياع الطاقة على شاكلة حرارة جول بتدفق طاقة الحقل الكهرطيسي من الخارج. وهكذا، نقتنع بأن للمتجهة $\vec{S}$ معنى **كثافة طاقة** الحقل الكهرطيسي في الحجم V في الوسط المدروس. وبالتالي، تأخذ أبعاد W/m^2.

2- وإذا عدنا إلى الحالة الخاصة الأخرى، عندما لا تشع الجملة المدروسة أي عندما:

$$\int_V div\vec{S}\, dV = \oint_S \vec{S}.\vec{n}\, dS = 0,$$

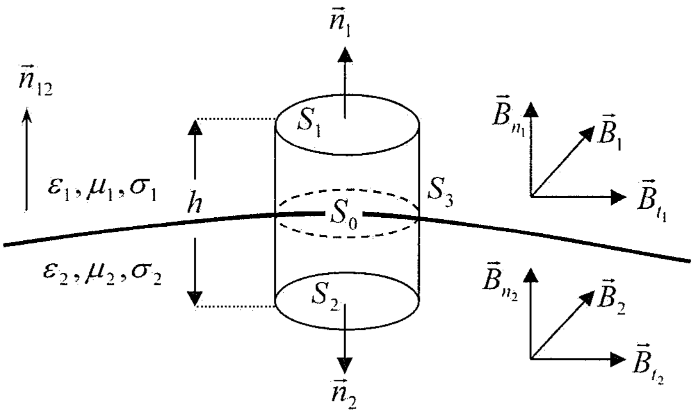
فإن إصدار حرارة جول مرتبط بتناقص طاقة الحقل الكهرطيسي في الحجم V. وبالتالي، يمكن تفسير w_{EB} على أنها كثافة طاقة الحقل الكهرطيسي في الحجم V في الوسط أيضاً.

خامساً– تكمن **أهمية متجهة بوينتنغ في علم الضوء** بكون قيمتها الوسطى تُمثّل شدة الضوء المنتشر، واتجاهها يُحددْ اتجاه انتشار الضوء.

توزيع العلامة على جواب السؤال الثالث (20 درجة):

① بيّن أن المركبة الناظمية لحقل التحريض المغناطيسي $\vec{B}$ مستمرة عند السطح الفاصل بين وسطين ماديين مختلفين ثم استنتج أن المركبة الناظمية للحقل المغناطيسي $\vec{H}$ منقطعة (وضح إجابتك بالرسم).

لدراسة الشرط الحدي للمركبة الناظمية لحقل التحريض المغناطيسي $\vec{B}$. ننطلق من معادلة مكسويل الثانية بصيغتها التكاملية $\oiint_S \vec{B}.d\vec{S} = 0.$ (1)



يبين الشكل الجانبي رسماً توضيحياً للسطح الفاصل بين وسطين مختلفين يتميز الأول بالمقادير ε_1 و μ_1 و σ_1، والثاني بالمقادير ε_2 و μ_2 و σ_2. لتكن $\vec{e}_n$ و $\vec{e}_t$ متجهتا الواحدة المحمولتين على الناظم والمماس للسطح الفاصل على الترتيب. عندئذٍ، نحلل $\vec{B}$ إلى مركبتين: 6

$$B_t = \vec{e}_t . \vec{B} = \left|\vec{e}_n \wedge \vec{B}\right| \qquad (2)$$

و $B_n = \vec{e}_n . \vec{B}$ حيث ; $\vec{B} = B_n \vec{e}_n + B_t \vec{e}_t$

4

نُنشئ على السطح الفاصل للوسطين المختلفين غشاءً رقيقاً أسطواني الشكل، بسماكة h. لقاعدتيه السطحيين S_1 و S_2، وسطحه الجانبي S_3. نجد من المعادلة (1) أن:

$$\oiint_{S_1} \vec{B}.\vec{n}_1 dS_1 + \oiint_{S_2} \vec{B}.\vec{n}_2 dS_2 + \oiint_{S_3} \vec{B}.\vec{n}_3 dS_3 = 0, \qquad (3)$$

نختار الاتجاه الموجب للناظم من الوسط الثاني إلى الوسط الأول. ثم نطبق العلاقة (2)، فنجد:

$$B_{n_1} S_1 - B_{n_2} S_2 + \overline{B}\, S_3 = 0,$$

حيث $\overline{B}$ القيمة المتوسطة لحقل التحريض المغناطيسي على السطح الجانبي.

وللحصول على الشرط الحدي نجعل السماكة $h \to 0$، مما يؤدي إلى أن $S_1 = S_2 \to S_0,\ S_3 = 0$. وبالتالي:

$$(B_{n_1} - B_{n_2}) S_0 = 0; \quad S_0 \neq 0.$$

ومنه:

$$\left(B_{n_1} - B_{n_2}\right) = 0 \quad or \quad \vec{e}_n . \left(\vec{B}_1 - \vec{B}_2\right) = 0 \qquad (4)$$

6

تدل العلاقة (4) على أن المركبة الناظمية لـ $\vec{B}$ مستمرة على السطح الفاصل بين الوسطين المختلفين. أي أن:

$$\mu_1 H_{n_1} = \mu_2 H_{n_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{H_{n_1}}{H_{n_2}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}. \qquad (5)$$

ونستنتج من ذلك، أن المركبة الناظمية لـ $\vec{H}$ منقطعة على السطح الفاصل بمقدار μ_2 / μ_1.

4

توزيع العلامة على جواب السؤال الرابع (16 درجة): 8 + 4 + 4

أولاً– من خواص الموجة المستوية،

- الأمواج الكهرطيسية المستوية عرضانية، أي أن الحقلين $\vec{E}$ و $\vec{H}$ عموديان على اتجاه الانتشار.
- لا يملك الحقلان $\vec{E}$ و $\vec{H}$ مركبات وفق منحى الانتشار.
- للحقلين $\vec{E}$ و $\vec{H}$ الطور نفسه، أي أن فرق الطور بينهما يساوي الصفر.
- سعة الموجة المستوية ثابتة، ولا تتغير وتساوي كثافة طاقتها الكهربائية التي تنقلها كثافة طاقتها المغنطيسية في الخلاء وتنتشر بسرعة تساوي سرعة الضوء في الخلاء.
- سرعتها الطورية تساوي سرعة المجموعة في الفراغ.

إن **مفهوم الموجة المستوية** مفهوم مثالي، والموجة المستوية لا توجد في الطبيعة.

ثانياً– سرعة الطور: يكون الحقلان $\vec{E}$ و $\vec{H}$ في الموجة الكهرطيسية المستوية متماثلين في مستويات عمودية على منحى انتشار الموجة. وهذا يعني، أنه إذا كان الانتشار وفق Z، فإن المستويات (Z=const.) ذوات الأطوار الثابتة تنتشر بسرعة υ_{ph} ندعوها بسرعة الطور، أي

$$\omega t - kz = \text{const.} \quad \Rightarrow \quad \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k} = \upsilon_{ph} = c = \lambda f$$

ومن ثمّ سرعة الطور ثابتة وتساوي سرعة الضوء في الخلاء.

سرعة المجموعة أو سرعة انتقال الطاقة: من غير الممكن الحصول على أمواج كهرطيسية وحيدة اللون، ولكن يمكن الحصول على أمواج كهرطيسية ذوات أطوال موجية متقاربة جداً من بعضها البعض، وتتحرك بسرعة υ_g تدعى سرعة المجموعة أو سرعة انتقال الطاقة. وتُشكّل هذه الأمواج **باقة** من الأمواج.

تدعى سرعة مستويات (سطوح) تساوي السعة بسرعة المجموعة أو سرعة انتقال الطاقة:

$$(\delta\omega)t - (\delta k)z = \text{const.} \quad \Rightarrow \quad \delta\omega\, dt - \delta k\, dz = 0\,;$$

ومن ثمّ $\upsilon_g = \dfrac{dz}{dt} = \dfrac{\delta\omega}{\delta k}$

ثالثاً– نجد من معطيات المسألة المطروحة، أن $\vec{E}(E_x, 0, 0)$ و $\vec{k}(0, 0, K_z)$.

لنوجد الآن الجداء المتجه التالي:

$$\vec{k} \wedge \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ 0 & 0 & k_z \\ E_0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0\vec{e}_x + k_z E_x \vec{e}_y + 0\vec{e}_z = k_z E_x \vec{e}_y = k_z c B_y\,.$$

ومن جهة أخرى، لدينا: $k_z = \dfrac{\omega}{c}$، وبالتالي:

$$\vec{k} \wedge \vec{E} = \omega B_y \vec{e}_y = \omega \vec{B} \quad \Rightarrow \quad \vec{B} = \frac{1}{\omega} \vec{k} \wedge \vec{E}\,.$$