كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الاولى**

المادة : تحليل رياضي١

المحاضرة : **الخامسة/عملي/**

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2026

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

السؤال الأول:

ادرس استمرار التابع f الذي عند $x=0$

$f(x)=a^{\frac{1}{x}}$

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \frac{1}{a^{0^+}} = a^{+\infty} = +\infty$

$\lim_{x \to 0^-} f(x) = a^{\frac{1}{0^-}} = a^{-\infty} = 0$

التابع f غير مستمر عند $x=0$

وهي نقطة انقطاع من النوع الثاني.

السؤال الثاني:

$$f(x):\begin{cases}\frac{1}{5}(2x^2+3) & -\infty < x \leq 1 \\ 6-5x & 1 < x < 3 \\ x-3 & 3 \leq x < \infty\end{cases}$$

ادرس استمرار التابع f على $\mathbb{R}$

الحل:

التوابع

$\frac{1}{5}(2x^2+3)$ مستمر على $]-\infty, 1]$ لأنه كثير حدود

$6-5x$ " " $]1, 3[$ لأنه كثير حدود

$x-3$ " " $[3, +\infty[$ لأنه كثير حدود

يبقى أن ندرس الاستمرار عند $x=1$, $x=3$

دراسة الاستمرار عند $x=1$:

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \frac{1}{5}(2(1)+3) = 1$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = 6-5(1) = 1$$

$$f(1) = 1$$

$\Rightarrow$ التابع متمر عند $x=1$

دراسة الاستمرار عند $x=3$

$$\lim_{x\to 3^-} f(x) = 6-5(3) = -9$$

$$\lim_{x\to 3^+} f(x) = 0$$

$\Rightarrow f$ غير متمر عند $x=3$ فهو غير متمر على $\mathbb{R}$

السؤال الثالث :

$$f(x) = \frac{|2x-3|}{2x-3}$$

ادرس استمرار التابع على $\mathbb{R}$

التابع الكسري متمر على $\mathbb{R}\setminus\{\text{القيم التي تعدم المقام}\}$ $\Rightarrow f$ متمر على $\mathbb{R}\setminus\{\frac{3}{2}\}$

يبقى أن ندرس الاستمرار عند $x=\frac{3}{2}$

x		$\frac{3}{2}$	
$2x-3$	−	0	+

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\lim_{x \to \frac{3}{2}^-} f(x) = -\frac{(2x-3)}{2x-3} = -1$$

$$\lim_{x \to \frac{3}{2}^+} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \to \frac{3}{2}} f(x) \neq \lim_{x \to \frac{3}{2}} f(x)$$

$\Leftarrow$ التابع غير مستمر عند $x = \frac{3}{2}$ فهو غير مستمر على $\mathbb{R}$

السؤال الرابع :

$$f : R \longrightarrow R^+$$
$$f(x) = e^x$$

أثبت أن

$$f^{-1}(x) = \ln(x)$$

f^{-1} تابع عكسي لـ f

$$D f^{-1} : R^+ \longrightarrow R$$

$$(f^{-1} \circ f)(x) = \ln(e^x) = x$$

$$(f \circ f^{-1})(x) = e^{\ln(x)} = x$$

$\Leftarrow$

$f(x) e^x$ هو تابع عكسي لـ $f^{-1}(x) = \ln(x)$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

السؤال الخامس:

$f : \mathbb{Z}^* \longrightarrow \mathbb{N}$

تطبيقاً معرفاً بالشكل

$f(x) = x^2$

المطلوب:

ادرس التطبيق f من حيث:

1- متباين

2- غامر

3- تقابل

1- نلاحظ أن

$f(3) = 9$

$f(-3) = 9$

$\Leftarrow$

$f(3) = f(-2)$

ولكن

$3 \neq -3$

فهو غير متباين

2- التابع f غير غامر لأنه وجد عنصر مثل $6 \in \mathbb{N}$ و

$f(\sqrt{6}) = (\sqrt{6})^2 = 6$

ولكن

$\sqrt{6} \notin \mathbb{Z}^*$

فهو غير متباين

3- التابع ليس تقابل لأنه ليس غامر ولا متباين.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

السؤال السادس:

$f(x) = \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}$

$f(x) = x - 1$

ندرس كون f تقابل

لكي يكون f تقابل يجب أن يكون f متباين وغامر

* دراسة تباين f:

$\forall x_1, x_2 \in \mathbb{Z}$

$f(x_1) = f(x_2)$

$x_1 - 1 = x_2 - 1$

$x_1 = x_2$

$\Rightarrow$ f تابع متباين.

* دراسة f كتابع غامر:

$\forall y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y = x - 1$

$\Rightarrow x = y + 1 \in \mathbb{Z}$

$f(x) = y$

$\Rightarrow$ f تابع غامر ومتباين

بالتالي f تابع تقابل.

السؤال السابع:

$f(x) = \frac{x-1}{x+1}$: $\mathbb{R} \setminus \{-1\} \longrightarrow \mathbb{R} \setminus \{1\}$

ادرس كون التابع f تقابل

ثم أوجد تابعه العكسي

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

الحل:

نبرهن كون f تابع متباين

$$\forall x_1, x_2 \in R\setminus\{-1\},\ f(x_1) = f(x_2)$$

$$\frac{x_1-1}{x_1+1} = \frac{x_2-1}{x_2+1}$$

$$x_1x_2 + x_1 - x_2 - 1 = x_2x_1 - x_1 + x_2 - 1$$

$$2x_1 = 2x_2$$

$$x_1 = x_2$$

$\Rightarrow f$ متباين

نبرهن كون f تابع غامر

$$\forall y \in R\setminus\{1\} \Rightarrow y = \frac{x-1}{x+1}$$

$$\Rightarrow xy + y = x - 1$$

$$\Rightarrow xy - x = -1 - y$$

$$\Rightarrow x(y-1) = -1-y$$

$$x = \frac{-1-y}{y-1} = \frac{-(1+y)}{-(1-y)} = \frac{1+y}{1-y}$$

$\Rightarrow f$ تابع غامر

$\Rightarrow f$ تابع تقابل لأنه غامر ومتباين.

إيجاد تابع عكسي

$$f^{-1}(x) = \frac{1+x}{1-x}$$

نعوض x محل كل y

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z