كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الاولى**

المادة : جبر خطي

المحاضرة : **الخامسة/عملي/**

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

1- لتكن لدينا المصفوفة

$$A=\begin{bmatrix}2 & 5 & 3\\ 2 & 3 & 4\\ 5 & -1 & 6\end{bmatrix}$$

قم بالعمليات السالية:

① $R_1 \longrightarrow R_3$

② $2R_2$

③ $-R_1+R_2 \longrightarrow R_2$

④ $K_1 \longrightarrow K_2$

الحل:

1-
$$A=\begin{bmatrix}5 & -1 & 6\\ 2 & 3 & 4\\ 2 & 5 & 3\end{bmatrix}$$

2-
$$A=\begin{bmatrix}2 & 5 & 3\\ 4 & 6 & 8\\ 5 & -1 & 6\end{bmatrix}$$

3-
$$A=\begin{bmatrix}2 & 5 & 3\\ 0 & -2 & 1\\ 5 & -1 & 6\end{bmatrix}$$

4-
$$A=\begin{bmatrix}3 & 5 & 2\\ 4 & 3 & 2\\ 6 & -1 & 5\end{bmatrix}$$

-2 قم بتحويل المصفوفة A إلى مدرجة:

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & -3\\ 2 & 2 & -1\\ 1 & 2 & 2\end{bmatrix} \xrightarrow{-2R_1+R_2\to R_2} \xrightarrow{-R_1+R_3\to R_3}$$

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & -3\\ 0 & 2 & 5\\ 0 & 2 & 5\end{bmatrix} \xrightarrow{-R_2+R_3}$$

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & -3\\ 0 & 2 & 5\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

-3

$$A=\begin{bmatrix}4 & 2\\ 5 & -1\end{bmatrix}$$

-1 أثبت أن A نظامية

-2 حولها إلى مصفوفة واحدية.

الحل:

① $\det=|A|=-4-10=-14\neq 0$

$\Rightarrow$ A نظامية

②
$$A=\begin{bmatrix}4 & 2\\ 5 & -1\end{bmatrix}$$

$$I_n=I_2=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

$\frac{1}{4}R_1\to R_1$

$$A\sim\begin{bmatrix}1 & \frac{1}{2}\\ 5 & -1\end{bmatrix}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$-5R_1 + R_2 \longrightarrow R_2$

$$A \sim \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{7}{2} \end{bmatrix}$$

$\longrightarrow \frac{-2}{7} R_2 \longrightarrow R_2$

$$A \sim \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\longrightarrow -\frac{1}{2} R_2 + R_1 \longrightarrow R_1$

$$A \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

---

* أوجد معكوس المصفوفة باستخدام العمليات الأولية (المصفوفة الواحدية)

$(A : I_n) \xrightarrow{\text{تحويلات أولية}} (I_n : A^{-1})$

بشرط $|A| \neq 0$

4- أوجد معكوس

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$|A| = 1 \neq 0$

نظامية ولها معكوس

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$-R_1 + R_2 \longrightarrow R_2$

$-R_1 + R_3 \longrightarrow R_3$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$-3R_3 + R_1 \longrightarrow R_1$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 0 & 4 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 \end{array}\right]$$

$-3R_2 + R_1 \longrightarrow R_1$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 7 & -3 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 7 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5- أوجد $X = A^{-1} \cdot B$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ -1 & -2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 12 \\ -12 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot X = B \Rightarrow X = A^{-1} B$$

$$|A| = 8 \neq 0$$

$a_{11} = -4$, $a_{21} = -4$, $a_{31} = 4$

$a_{12} = 2$, $a_{22} = -2$, $a_{32} = -2$

$a_{13} = 2$, $a_{23} = 6$, $a_{33} = 2$

$$D = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 6 \\ 4 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\Rightarrow \tilde{A} = D^T = \begin{bmatrix} -4 & -4 & 4 \\ 2 & -2 & -2 \\ 2 & 6 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \tilde{A} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} -4 & -4 & 4 \\ 2 & -2 & -2 \\ 2 & 6 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x = A^{-1} \cdot B$$

$$= \frac{1}{8} \begin{bmatrix} -4 & -4 & 4 \\ 2 & -2 & -2 \\ 2 & 6 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 12 \\ -12 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{8} \begin{bmatrix} -48 + 48 + 32 \\ 24 \quad 24 \quad -16 \\ 24 \quad -72 \quad 16 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 32 \\ 32 \\ -32 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ -4 \end{bmatrix}$$

-6

① أوجد كثيرة الحدود المميزة لـ A

② أوجد القيم الذاتية لها

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$F(\lambda) = |\lambda I_2 - A|$$

$$= \left| \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \right|$$

$$= \left| \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \right|$$

$$= \left| \begin{bmatrix} \lambda - 2 & -4 \\ 0 & \lambda + 2 \end{bmatrix} \right|$$

$$F(\lambda) = (\lambda - 2)(\lambda + 2) = \lambda^2 - 4$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

③ القيم الذاتية لـ A

$F(\lambda) = 0$

$\lambda^2 - 4 = 0 \Rightarrow (\lambda - 2)(\lambda + 2) = 0$

$\lambda = 2 \quad , \quad \lambda = -2$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z