كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الاولى

المادة : جبر خطي

المحاضرة : الخامسة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2026

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

حل وصفة من المحاضرة السابقة :

(A) $2x - 3y + 2z = 1$

$4x - 6y + 4z = 3$

$x + y - z = 2$

طريقة كرامر :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 4 & -6 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad , \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

نفشر حسب السطر الأول :

$$2\begin{vmatrix} -6 & 4 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 4 & -6 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 2(6-4) + 3(-4-4) + 2(4+6)$$

$$= 2(2) + 3(-8) + 2(10) = 4 - 24 + 20 = 0$$

في الحالة مستحيلة الحل

طريقة غاوص :

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 2 & 1 \\ 4 & -6 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \end{array}\right] \xrightarrow{i_1 \Leftrightarrow i_3} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 4 & -6 & 4 & 3 \\ 2 & -3 & 2 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow{-4i_1 + i_2}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 8 & -5 \\ 2 & -3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{-2i_1+i_3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 8 & -5 \\ 0 & -5 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{i_2-2i_3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 8 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} x+y-z=2 \\ -y+8z=-5 \\ 0 \neq 1 \end{array}$$

← الجملة مستحيلة الحل

* ملاحظة: من المراحل: عملية المماثلة وفيها السطر الثاني والثالث متناسبان حتماً الناتج بكون صفر

- من حل المجلة يجب أن نحول المصفوفة الموسعة إلى مصفوفة مثلثية عليا ومنه

العمود الأخير ماذا يمثل؟

الجملة يوجد عدد غير منتهي من الحلول ←

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

① $x+2y+3z=-1$

② $y-2z=1 \Rightarrow y=2z+1$

بتعويض ② في ① $\rightarrow x+4z+2+3z=-1$

$x+7z=-3 \Rightarrow x=-7z-3$

$S=\{(x,y,z)=(-7z-3, 2z+1, z)\}$

سؤال: أوجد القيم الذاتية والأشعة الذاتية للمصفوفة A:

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

الحل: نوجد المعادلة المميزة: $|A - \lambda I_2| = 0$

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} - \lambda \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 2-\lambda & 3 \\ 1 & 4-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(2-\lambda)(4-\lambda) - 3 = 0 \Rightarrow 8 - 2\lambda - 4\lambda + \lambda^2 - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \lambda^2 - 6\lambda + 5 = 0$$

$$(\lambda - 5)(\lambda - 1) = 0$$

إذن $\lambda_1 = 5$ و $\lambda_2 = 1$ ← القيم الذاتية

من أجل $\lambda_1 = 5$:

$$\begin{bmatrix} -3 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{i_1 + 3i_2 \to i_2} \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$-3x_1 + 3x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = x_2$$

نفرض $x_2 = \alpha \Leftarrow x_1 = \alpha$

$$E_{\lambda_1} = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \end{pmatrix} ; \alpha \in R \right\}$$

$$= \left\{ \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} ; \alpha \in R \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$ وهو الشعاع الذاتي

من أجل $\lambda_2 = 1$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{i_1 - i_2} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$x_1 + 3x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = -3x_2$$

نفرض $x_2 = \alpha \Leftarrow x_1 = -3\alpha$

$$E_{\lambda_2} = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3\alpha \\ \alpha \end{pmatrix} ; \alpha \in R \right\}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

وهو الشعاع الذاتي $\{\alpha\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix} : \alpha \in R\} = \{\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}\}$

سؤال: وظيفة: أوجد القيم الذاتية والأشعة الذاتية للمصفوفة A

$$A=\begin{bmatrix}2 & 1 & 1\\ 2 & 1 & -2\\ -1 & 0 & -2\end{bmatrix}$$

نوجد المعادلة المميزة: $|A-\lambda I_3|=0$

$$\begin{vmatrix}2 & 1 & 1\\ 2 & 1 & -2\\ -1 & 0 & -2\end{vmatrix} - \begin{vmatrix}\lambda & 0 & 0\\ 0 & \lambda & 0\\ 0 & 0 & \lambda\end{vmatrix} = 0$$

عند النشر ينتج: $-\lambda^3+\lambda^2+5\lambda+3$

نبحث على بواسم كثير الحدود ونقسم على عكس بالإشارة

بالتجريب بالآحاد: $1, -1, 3, -3$

لكن -1 هو من يعدم كثير الحدود ← نقسم على $\lambda+1$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z