كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الاولى

المادة : تحليل رياضي١

المحاضرة : السادسة /عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

2026

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

السؤال الأول: أوجد معادلة المماس للدوال الآتية عند النقطة المعروضة:

1) $y = (x+1)\sqrt[3]{3-x}$; $x_0 = 1$

حيث أن قيمة الدالة عند $x_0 = 1$

$y(1) = (1+1)\sqrt[3]{3-1} = 2\sqrt[3]{2}$

نوجد المشتق للدالة y

$y' = (x+1)\cdot\frac{-1}{3(3-x)^{\frac{2}{3}}} + \sqrt[3]{3-x}$

نعوض $x=1$ في y'

$y'(1) = -\frac{2}{3\times 2^{\frac{2}{3}}} + 2^{\frac{1}{3}} = \frac{2^{\frac{1}{3}}}{3}$

معادلة المماس: $y - y_0 = m(x - x_0)$

$y - 2\sqrt[3]{2} = \frac{\sqrt[3]{2}}{3}(x-1)$

---

2) $y = x^2 - 5x + 4$; $x_0 = 1$

$y(1) = 0$

$y' = 2x - 5 \Rightarrow y'(1) = -3$

معادلة المماس: $y = -3(x-1)$

السؤال الثاني: باستخدام نظرية لاغرانج أوجد النقاط التي تحقق شرط لاغرانج للدالة الآتية:

1) $f(x) = x^3 - x$, $[-2, 3]$

الدالة مستمرة وقابلة للاشتقاق على طرفي المجال

$$f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 1$$

$$\frac{f(3)-f(-2)}{3+2} = \frac{(27-3)-(-8+2)}{5}$$

$$= \frac{24+6}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

ومنه نجد أن:

$$3c^2 - 1 = 6$$

$$c^2 = \frac{7}{3} \Rightarrow c = \pm\sqrt{\frac{7}{3}}$$

---

2) $f(x) = x^2$; $[-4, 1]$

$$f'(x) = 2x$$

$$\frac{f(1)-f(-4)}{1+4} = \frac{1-16}{5} = \frac{-15}{5} = -3$$

$$\Rightarrow 2c = -3 \Rightarrow c = -\frac{3}{2}$$

السؤال التالي: تطبيق قاعدة لوبيتال أوجد نهاية الدوال الآتية:

1) $y = \lim_{x\to 1} x^{\frac{1}{1-x}} = 1^{\infty}$ حالة عدم تعين

$$y = x^{\frac{1}{1-x}} \Rightarrow \ln y = \frac{\ln x}{1-x}$$

$$\lim_{x\to 1} \ln y = \lim_{x\to 1} \frac{\ln x}{1-x} = \frac{0}{0}$$

باستخدام قاعدة لوبيتال نجد:

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\lim_{x\to 1}\frac{\ln x}{1-x}=\lim_{x\to 1}\frac{\frac{1}{x}}{-1}=-1$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 1}\ln y=-1 \Rightarrow \lim_{x\to 1} y=e^{-1} \Rightarrow \lim_{x\to 1} x^{\frac{1}{1-x}}=\frac{1}{e}$$

2) $$\lim_{x\to 1}\left(\frac{x}{x-1}-\frac{1}{\ln x}\right)$$

نوحد المقامات:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x\ln x-(x-1)}{(x-1)\ln x}=\frac{0}{0}$$

نطبق لوبتال:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x\ln x-(x-1)}{(x-1)\ln x}=1 \Rightarrow \lim_{x\to 1}\frac{(\ln x+1)-1}{\ln x+\frac{x-1}{x}}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{\ln x}{\ln x+\frac{x-1}{x}}=\frac{0}{0}$$

نستخدم لوبتال مرة ثانية:

$$\lim_{x\to 1}\frac{\ln x}{\ln x+\frac{2-1}{x}}=\lim_{x\to 1}\frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 1}\left(\frac{x}{x-1}-\frac{1}{\ln x}\right)=\frac{1}{2}$$

السؤال الرابع: بين أن التفاضل من المرتبة الثانية للدوال الآتية:

1) $y^2-4ax=0$; $-\frac{4a^2}{y^3}$ يساوي

الحل:

$$y^2-4ax=0 \Rightarrow$$

$$2yy'-4a=0 \Rightarrow y'=\frac{2a}{y}$$

تفاضل ثاني:

$$y'=2ay^{-1} \Rightarrow y''=2a(-1)y^{-2}y'$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$\Rightarrow y'' = -2a\,\frac{1}{y^2}\,\frac{2a}{y} = -\frac{4a^2}{y^3}$

2) $x^2 + y^2 = r^2$; بسابدي $-\frac{r^2}{y^3}$

الحل:

$2x + 2yy' = 0 \Rightarrow y' = -\frac{x}{y} \Rightarrow y' = -xy^{-1}$

$\Rightarrow y'' = -xy^{-2}y' - y^{-1} \Rightarrow y'' = -x\,\frac{x}{y^3} - \frac{1}{y} = -\frac{x^2}{y^3} - \frac{1}{y}$

$= \frac{(x^2+y^2)}{y^3} = -\frac{r^2}{y^3}$

$\Rightarrow y'' = -\frac{r^2}{y^3}$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z