كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : تحليل رياضي٣

المحاضرة : العاشرة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

تمرين: جد مجال ونصف قطر التقارب:

① $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ ، ② $\sum_{n=0}^{\infty} (nx)^n$ ، ③ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} x^n$

④ $\sum_{n=0}^{\infty} n.x^n$ ⑤ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2^n} (x-2)^n$

الحل:

① $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

نستخدم دالمبير:

$$\lim_{n\to\infty} \left|\frac{U_{n+1}}{U_n}\right| = \lim_{n\to\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{x^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{x^n . x . n!}{(n+1).n!.x^n}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{x}{n+1} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1} = 0 = d$$

$$\beta = r = \frac{1}{0} = \infty$$

المتسلسلة متقاربة من أجل كل x من R.

② $\sum_{n=0}^{\infty} (nx)^n$

نستخدم كوشي

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n^n} = \lim_{n\to\infty} n = \infty \Rightarrow r = \frac{1}{\infty} = 0$$

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

$]a-r, a+r[=]0, a[$

متباعدة على كامل P باستثناء 0

(3) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} \cdot x^n$

نستخدم دالمبير

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{((n+1)!)^2}{(2n+2)!} \cdot \frac{(2n)!}{(n!)^2}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{n^2}{4n^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow R = 4$$

مجال التقارب $]-4, +4[$

$\Leftarrow x = 4$

$\sum \frac{(n!)^2}{(2n)!} (-4)^n$

هي من سلاسل متباعدة

$x = 4$

$\sum \frac{(n!)^2}{(2n)!} (4)^n$

هي من سلاسل متباعدة $\Leftarrow$ مجال التقارب $]-4, 4[$

(4) $\sum_{n=0}^{\infty} n \cdot x^n$

$\Leftarrow a = 0$

$a_n = n \Rightarrow \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$]-1+1[$ مجال التقارب ومنه $r=1$ و $d=1$

$x=-1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} n(-1)^n \Rightarrow \lim_{n\to\infty} n \neq 0$

متباعدة حسب ليبنز

$x=1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} n \Rightarrow \lim_{n\to\infty} n = 0$

$\Leftarrow$ حسب ليبنز متباعدة

مجال التقارب $]-1,1[$

(5) $\sum \frac{1}{(2n-1)2^n}(x-2)^n$

$\lim_{n\to\infty} \frac{U_{n+1}}{U_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{(2n+2-1)2^{n+1}}(2n-1)2^n$

$\lim_{n\to\infty} \frac{2^n}{2(2n+1)} = \frac{1}{2} \Rightarrow r=2$

مجال التقارب $]2-2,2+2[\Leftarrow]0,4[$

$x=0 \Rightarrow \sum \frac{1}{(2n-1)2^n}(-2)^n = \sum \frac{(-1)^n}{2n-1}$

متناوبة حسب ليبنز

$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{2n-1} = 0$

$2n-1 < 2n+1 \Rightarrow \frac{1}{2n-1} > \frac{1}{2n+1}$

$a_n > a_{n+1} \Rightarrow$ متناقصة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

متقاربة عند $x=0$

$$\sum \frac{1}{(2n-1)2^n} \cdot 2^n = \sum \frac{1}{2n-1}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{2n-1} = 0$$

نقارن مع السلسلة $\sum \frac{1}{n}$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{2n-1}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{2n-1} = \frac{1}{2}$$

متباينة واحدة ← حسب بيمان

السلسلة $\sum \frac{1}{2n-1}$ متباعدة ←

مجال التقارب $]0,4[$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z