كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : تبولوجيا١

المحاضرة : **العاشرة/عملي/**

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

التمرين الأول:

$\mathcal{T}+\Phi$ مجموعة كيفية غير منتهية و T تبولوجيا المتممات المنتهية

أ) $A\in T \Leftarrow ISA=\Phi$ ، ب) $A\in T \Leftarrow ISA=A$

البرهان:

أ) نفرض جدلاً أنّ $ISA\neq\Phi$ عندئذٍ توجد $x\in IS(A)$ أي توجد مجاورة $\mathcal{V}$ لـ x بحيث $\mathcal{V}\cap A=\{x\}$ ونعلم بأنّ كل مجاورة في فضاء المتممات المنتهية هو مجموعة مفتوحة وبما أنّ A مجموعة مفتوحة فإنّ $A\cap\mathcal{V}=\{x\}$ مجموعة مفتوحة وهذا مرفوض لكون $\{x\}$ مجموعة مفتوحة وهو يناقض تعريف تبولوجيا المتممات المنتهية

ب) دائماً $\boxed{ISA\subset A}$ علاقة محققة وحسب I

A منتهية $\Leftarrow \forall x\in A\in T$

عندئذٍ يوجد $\mathcal{V}=(E\setminus A)\cup\{x\}$ مجاورة لـ x بحيث

$\mathcal{V}\cap A=\{x\}$

وبما أنّ x كيفية $\Leftarrow x\in ISA$

II $\leftarrow \boxed{A\subset IS(A)}$ العلاقة محققة من I و II

السؤال الثاني: أثبت أن $(Q,|.|)$ فضاء غير تام
لتأخذ المتتالية التي حدها العام $U_n=(1+\frac{1}{n})^n$ وإن
$U_n\in Q\ \forall n\in\mathbb{N}$ وهذه المتتالية متقاربة في $(R,|.|)$
منه المدى ع وبذلك تكون U_n أساسية في $(R,|.|)$
وحسب النتيجة:
((إذا كان (X,d) فضاء متري جزئي من فضاء (E,d)
وكانت U_n متتالية كيفية من نقاط الفضاء الجزئي
(X,d) عندئذٍ تكون U_n أساسية في الفضاء الجزئي
(X,d) إذا وفقط إذا كانت أساسية في (E,d)))
ومنه تكون المتتالية (U_n) أساسية في $(Q,|.|)$
ولكنها تتقارب من $e\notin Q$ ومنه U_n متتالية
أساسية في $(Q,|.|)$ ولكنها تتقارب إلى نقطة
خارج Q وهو فضاء غير تام.

السؤال الثالث:
إذا كانت A مجموعة كيفية من نقاط فضاء متري
(E,d) عندئذٍ تكون المجموعة A مجموعة محدودة في
فضاء (E,d) إذا وفقط إذا كان $\delta(A)<\infty$

$\Rightarrow$
لنفرض أن A مجموعة محدودة في نقاط (E,d)
عندئذٍ بحسب تعريف المجموعة المحدودة توجد
كرة مغلقة $B(a,\rho)$ حيث $\rho<\infty$ بحيث يكون $A\subseteq B(a,\rho)$
وبحسب النتيجة
$A\subseteq B \Rightarrow \delta(A)\leq\delta(B)$ نجد أن $\delta(A)\leq\delta(B(a,\rho))=2\rho$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

أي أنّ $\delta(A)<\infty$

$\Leftarrow$

لنفرض أنّ $\delta(A)<\infty$ ولنبين أنّ A مجموعة محدودة بما أنّ $\delta(A)<\infty$ محدودة نضع $\rho>\delta(A)$ فمن أجل أية نقطة $a\in A$ نجد أنّ الكرة المغلقة $B(a,\rho)$ تحوي A وذلك لأنّ:

$$\forall x\in A \Rightarrow d(x,a)\leq \delta(A)<\rho.$$

$$\Rightarrow d(x,a)<\rho \Rightarrow x\in B(a,\rho) \Rightarrow A\subseteq B(a,\rho)$$

وبذلك اثبتنا أنّ A محدودة لأنّها محتواة في كرة مغلقة

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة