كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : بنى جبرية١

المحاضرة : العاشرة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

التمرين الأول: اوجد رتبة العنصر [1] و [2] و [3] في الزمرة $(Z_5, +)$

الحل:

إيجاد رتبة العنصر [1]

$1+1=2 \neq e=0$

$1+1+1=3 \neq e=0$

$1+1+1+1=4 \neq e=0$

$1+1+1+1+1=5=e=0$

$o(1)=5$.

إيجاد رتبة العنصر [2]

$2+2=4 \neq e$

$2+2+2=1 \neq e$

$2+2+2+2=3 \neq e$

$2+2+2+2+2=0=e$

$o(2)=5$.

إيجاد رتبة العنصر [3]:

$3+3=1 \neq e$

$3+3+3=4 \neq e$

$3+3+3+3=2 \neq e$

$3+3+3+3+3=0=e$

$O(3)=5$

التمرين الثاني: أوجد رتبة العنصر ① في الزمرة $(Z,+)$ ثم اثبت أنه أي عنصر مختلف عنه الصفر في هذه الزمرة يملك رتبة لانهائية.

الجملة: في الزمرة $(Z,+)$ $n.1\neq 0$ دوماً بالتالي لا يوجد عدد صحيح n يحقق هذه العلاقة ورتبة (1) لانهائية

~~إذا كان Z~~

إذا كان $T\neq 0 \in Z$ فإن رتبة هذا العنصر غير منتهية لأنه لا يوجد عدد صحيح يحقق العلاقة $n.T=0$ لأن الزمرة $(Z,+)$ دوماً $n.T\neq 0$ حيث $0\neq T$

التمرين الثالث:

① اكتب جدول كايلي لـ $(\overline{Z}_5^*, X)$

② جد رتبة العناصر $\overline{2}$ ، $\overline{3}$ و $\overline{4}$ و $\overline{3}^{-1}$

X	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$
$\overline{1}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$
$\overline{2}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	$\overline{1}$	$\overline{3}$
$\overline{3}$	$\overline{3}$	$\overline{1}$	$\overline{4}$	$\overline{2}$
$\overline{4}$	$\overline{4}$	$\overline{3}$	$\overline{2}$	$\overline{1}$

$O(\overline{2})$?

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$\bar{2} \times \bar{2} = \bar{4} \neq e$

$\bar{2} \times \bar{2} \times \bar{2} = \bar{3} \neq e$

$\bar{2} \times \bar{2} \times \bar{2} \times \bar{2} = \bar{1} = e$

$o(\bar{2}) = 4$

$o(\bar{3})$ ؟

$\bar{3} \times \bar{3} = \bar{4} \neq e$

$\bar{3} \times \bar{3} \times \bar{3} = \bar{2} \neq e$

$\bar{3} \times \bar{3} \times \bar{3} \times \bar{3} = \bar{1} = e$

$o(\bar{3}) = 4$

$o(\bar{4})$ ؟

$\bar{4} \times \bar{4} = \bar{1} = e$

$o(\bar{4}) = 2$

$o(\bar{3}^{-1})$ ؟

$\bar{3}^{-1} = \bar{2}$

$o(\bar{3}^{-1}) = o(\bar{2}) = 4$

التمرين الرابع:

ليكن $R_{2\times 2} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ولنعرّف $H = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \; b \in \mathbb{R} \right\}$

والمطلوب اثبت أنّ H هي زمرة جزئية من $(R_{2\times 2}, \times)$

(واضح من التعريف) $\varphi \neq H \subset R$

$x = \begin{bmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \; y = \begin{bmatrix} 1 & b' \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$xxy = \begin{bmatrix} 1+0 & b'+b \\ 0+0 & 1+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & b'+b \\ 0 & 1 \end{bmatrix} ; \quad b \in \mathbb{R} \quad b' \in \mathbb{R}.$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & b'+b \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in H.$$

والشرط الاول محقق

$$\forall x = \begin{bmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in H.$$

نبحث له بينه عناصر القطر الرئيسي وناضرب القطر الثانوي بـ -

$$x^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -b \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بقي مناقشة ا.2 نجد أن H زمرة جزئية من $(R_{2\times 2}, X)$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z