كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : بنى جبرية١

المحاضرة : التاسعة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

التمرين الأول: ليكن لدينا:

$$X=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\2&3&4&5&6&1\end{pmatrix}, \quad \beta=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\2&3&1&6&5&4\end{pmatrix}$$

1- جد $X\circ\beta$ و $\beta\circ X$

2- جد X^{-1} و β^{-1} و $(X\circ\beta)^{-1}$ وماذا تستنتج.

3- جد $X^{-1}\circ\beta^{-1}$ و $\beta^{-1}\circ X^{-1}$ وماذا تستنتج.

$$X\circ\beta=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\2&3&4&5&6&1\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\2&3&1&6&5&4\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\3&4&2&1&6&5\end{pmatrix}$$

$$\beta\circ X=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\2&3&1&6&5&4\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\2&3&4&5&6&1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\3&1&6&5&4&2\end{pmatrix}$$

نستنتج أن $\alpha\circ\beta \neq \beta\circ\alpha$

$$\alpha^{-1}=\begin{pmatrix}2&3&4&5&6&1\\1&2&3&4&5&6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\6&1&2&3&4&5\end{pmatrix} \quad ②$$

$$\beta^{-1}=\begin{pmatrix}2&3&1&6&5&4\\1&2&3&4&5&6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\3&1&2&6&5&4\end{pmatrix}$$

$$(\alpha\circ\beta)^{-1}=\begin{pmatrix}3&4&2&1&6&5\\1&2&3&4&5&6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\4&3&1&2&6&5\end{pmatrix}$$

$$(\beta\circ\alpha)^{-1}=\begin{pmatrix}3&1&6&5&4&2\\1&2&3&4&5&6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\2&6&1&5&4&3\end{pmatrix}$$

نستنتج $(\alpha\circ\beta)^{-1}\neq(\beta\circ\alpha)^{-1}$

$$\alpha^{-1}\circ\beta^{-1}=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\6&1&2&3&4&5\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\3&1&2&6&5&4\end{pmatrix} \quad ③$$

$$=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\2&6&1&5&4&3\end{pmatrix}$$

$$\beta^{-1}\circ\alpha^{-1}=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\3&1&2&6&5&4\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\6&1&2&3&4&5\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\4&3&1&2&6&5\end{pmatrix}$$

$(\alpha\circ\beta)^{-1}=\beta^{-1}\circ\alpha^{-1}$

$(\beta\circ\alpha)^{-1}=\alpha^{-1}\circ\beta^{-1}$

نستنتج أن $\alpha^{-1}\circ\beta^{-1}\neq\beta^{-1}\circ\alpha^{-1}$ ونستنتج

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

التمرين الثاني:

نفرض α و β ولاصنه زمرة التباديل S_7 أي

$$S_7 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \alpha(1) & \alpha(2) & \alpha(3) & \alpha(4) & \alpha(5) & \alpha(6) & \alpha(7) \end{pmatrix}.$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 7 & 6 & 1 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 7 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\gamma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 5 & 4 & 7 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

جد $(\alpha \circ \beta) \circ \gamma$ ، $\alpha \circ (\beta \circ \gamma)$ ماذا تستنتج.

$$(\alpha \circ \beta) \circ \gamma = \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 7 & 6 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 7 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \right] \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 5 & 4 & 7 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 7 & 4 & 6 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 5 & 4 & 7 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 2 & 6 & 3 & 5 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\alpha \circ (\beta \circ \gamma) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 7 & 6 & 1 \end{pmatrix} \circ \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 7 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 5 & 4 & 7 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \right]$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 7 & 6 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 6 & 2 & 4 & 5 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 2 & 6 & 3 & 5 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(\alpha \circ \beta) \circ \gamma = \alpha \circ (\beta \circ \gamma)$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

التمرين الثالث: 10 اكتب عناصر S_3 ثم ارسم جدول كايلي لها.

② 1. اثبت أن $(S_3, \circ)$ زمرة.

$S_3 = \{ x_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, x_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, x_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ الكلة

$x_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, x_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, x_6 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \}$

$\circ$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_2	x_2	x_1	x_5	x_6	x_3	x_4
x_3	x_3	x_4	x_6	x_5	x_2	x_1
x_4	x_4	x_3	x_2	x_1	x_6	x_5
x_5	x_5	x_6	x_4	x_3	x_1	x_2
x_6	x_6	x_5	x_1	x_2	x_4	x_3

② 2. $\circ$ عملية لأن $\forall x, \beta \in S_3, x \circ \beta \in S_3$.

ومنه $\circ$ عملية على عناصر S_3

② 3. تجميعية الأن:

$\forall x, \beta \in S_3 \Rightarrow x \circ (\beta \circ \gamma) = (x \circ \beta) \circ \gamma$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

③ العنصر الحيادي هو x_1 لأنه $x_1 \circ x_3$ و لأنه عناصر الطرف الأول المقابلة لـ x يساوي عناصر الطرف الأول ونفس الترتيب وعناصر العمود الأول تساوي عناصر العمود الأول ونفس الترتيب.

④ وجود العنصر النظير:

لكل عنصر نظير:

العنصر	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
النظير	x_1	x_2	x_6	x_4	x_5	x_3

من ① ، ② ، ③ ، ④ نجد أن $(S_{3,0})$ زمرة.

انتهت المحاضرة.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة