كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثانية**

المادة : معادلات تفاضلية

المحاضرة : التاسعة /نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2026

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

حل المعادلة الخطية غير المتجانسة ذات الأمثال الثابتة:

تشكل المعادلة: $y^{(n)} + A_1 y^{(n-1)} + \dots + A_n y = R(x)$ ...(1)

تألف الحل العام للمعادلة (1) من قسمين الأول هو الحل العام للمعادلة المتجانسة والثاني هو حل خاص للمعادلة غير المتجانسة (1)

$$y = y_h + y_p$$

y_h: حل عام للمتجانسة

y_p: هو حل خاص لغير المتجانسة.

نحصل على y_p من خلال إما طريقة التفتيش أو طريقة المؤثر التكاملي:

التفتيش: يجهد التفتيش عن حل خاص y_p على شكل $R(x)$:

1- $R(x) = \alpha e^{ax}$: نفتش عن حل من الشكل:

α, a: ثابت معلوم.

$$y_p = A \frac{x^s}{s!} e^{ax}$$

حيث s: عدد يعبر عن تكرار a حل للمعادلة المميزة.

مثال: $y'' - 4y' + 3y = 8e^{2x}$ ...(2)

أوجد الحل العام للمعادلة

الحل: إيجاد حل عام للمتجانسة:

$$y'' - 4y' + 3y = 0$$

نشكل المعادلة المميزة:

$$m^2 - 4m + 3 = 0$$

$$(m-3)(m-1) = 0$$

إما $m = 1$

أو $m = 3$

$$y_h = c_1 e^x + c_2 e^{3x}$$

لم يظهر A في الحل لأن بعضاً من $\frac{x^s}{s!} = 0$

الذي نبحث عن حل خاص من الشكل: $y_p = Ae^{2x}$

بتعويض في (2):

3	x	$y = e^{2x}$
-4	x	$y' = 2Ae^{2x}$
1	x	$y'' = 4Ae^{2x}$
		$3A - 8A + 4A = 8$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$\Rightarrow A = -8$

$\Rightarrow y_p = -8e^{2x}$

$$y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{3x} - 8e^{2x}$$

2 عندما $R(x) = \alpha e^{ax} \cos bx$

أو: $R(x) = \alpha e^{ax} \sin bx$

نفرض: $y_p = x^s e^{ax} [A \cos bx + B \sin bx]$

حيث s تمثل عدد مرات تكرار $a \pm ib$ جذر المعادلة المميزة.

مثال: $y'' - 9 = e^{2x} \cos x$

أوجد الحل العام:

الحل: نوجد الحل العام للمعادلة: $y'' - 9y = 0$

$m^2 - 9 = 0$

$(m-3)(m+3)$

إما $m = +3$

أو $m = -3$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$y_h = c_1 e^{-3x} + c_2 e^{3x}$$

نبحث الآن عن حل خاص لهذه المعادلة من الشكل:

$$y_p = e^{2x}[A\cos x + B\sin x]$$

-9	x	$y = e^{2x}[A\cos x + B\sin x]$
0	x	$y' = 2e^{2x}[A\cos x + B\sin x] + e^{2x}[-A\sin x + B\cos x]$
		$y' = e^{2x}[(2A+B)\cos x + (2B-A)\sin x]$
1	x	$y'' = 2e^{2x}[(2A+B)\cos x + (2B-A)\sin x]$ $+ e^{2x}[-(2A+B)\sin x + (2B-A)\cos x]$
		$= e^{2x}[(3A+4B)\cos x + (3B-4A)\sin x]$

$$-9A + 3A + 4B = 1$$

$$-9B + 3B - 4A = 0$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\Rightarrow \begin{cases} -6A + 4B = 1 & (1) \\ -4A - 6B = 0 & (2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow B = \frac{1+6A}{4} \qquad \Rightarrow -4A - 6\left[\frac{1+6A}{4}\right] = 0$$

$$-4A + \frac{-6-36A}{4} = 0$$

$$-16A - 6 - 36A = 0$$

$$\Rightarrow A = \frac{-6}{52} = \frac{-3}{26}$$

$$B = \frac{1+6\left(\frac{-3}{26}\right)}{4} = \frac{2}{26} = \frac{1}{13}$$

$$y_p = e^{2x}\left[\frac{-3}{26}\cos x + \frac{2}{26}\sin x\right]$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة