



كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الاولى

المادة : تحليل رياضي ١

المحاضرة : الرابعة / عملي

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z : Facebook Group

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

الدكتور :

المحاضرة:

الرابعة عملي



التاريخ: / /

A to Z Library for university services

القسم: الرياضيات

السنة: الأولى

المادة: تحليل رياضي

(1) برهن صحة كوشي أن:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = 12$$

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta(\varepsilon) \text{ و } |f(x) - l| < \varepsilon \quad \forall x > \delta(\varepsilon)$$

$$|f(x) - l| = \left| \frac{x^3 - 8}{x - 2} - 12 \right| < \varepsilon$$

$$= \left| \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4) - 12}{(x-2)} \right| < \varepsilon$$

$$= |x^2 + 2x + 4 - 12| = |x^2 - x - 8|$$

إننا نأخذ الجوار $U(2, 1)$

$$1 < x < 3$$

$$5 < x + 4 < 7$$

$$5 < |x + 4| < 7$$

$$= |(x + 4)(x - 2)| < \varepsilon$$

$$= |x + 4| \cdot |x - 2| < 7 \cdot |x - 2| < \varepsilon$$

$$|x - 2| < \frac{\varepsilon}{7} = \delta(\varepsilon)$$

وهذه تحقق شرط كوشي للنسبة

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta(\varepsilon) = \frac{\varepsilon}{7} \text{ و } |f(x) - 12| < \varepsilon$$

عندما

$$|x - 2| < \delta$$

أحمد الربيع -2

$$\lim_{x \rightarrow +2} \frac{x^2 + 4}{x + 2}$$

$$2 \in \text{Df} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

$$\lim_{x \rightarrow +2} \frac{x^2 + 4}{x + 2} = f(2) = \frac{4 + 4}{2 + 2} = \frac{8}{4} = 2$$

أحمد الربيع -3

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 1}{x - 2}$$

$$2 \notin \text{Df} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 1}{x - 2} = \frac{4 - 1}{2^+ - 2} = \frac{3}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 1}{x - 2} = \frac{3}{2^- - 2} = \frac{3}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{27 - x^3}{x - 3}$$

$$27 - x^3 = \cancel{x^3} 3^3 - x^3$$

$$= (3 - x)(9 + 3x + x^2)$$

$$= (x - 3)(9 + 3x + x^2)$$

$$= (x - 3)(-x^2 - 3x - 9)$$

$$f(x) = \frac{(x - 3)(-x^2 - 3x - 9)}{(x - 3)} = -x^2 - 3x - 9$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -9 - 9 - 9 = -27$$

$$f(x) = \frac{x^3 + 125}{2x^2 - 50} \quad x = -5$$

5

$$= \frac{(x+5)(x^2-5x+25)}{2(x^2-25)} = \frac{(x+5)(x^2-5x+25)}{2(x-5)(x+5)}$$

$$= \frac{x^2-5x+25}{2(x-5)} = \frac{25+25+25}{2(-10)} = \frac{75}{-20} = \frac{15}{-4} = -\frac{15}{4}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x+1}}{1 - \sqrt{x+1}}$$

$$a = 0$$

-6

نضرب ونقسم على صرافته من اليمين واليسار

$$f(x) = \frac{(\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x+1})(\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x+1})(1 + \sqrt{x+1})}{(1 - \sqrt{x+1})(\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x+1})(1 + \sqrt{x+1})}$$

$$= \frac{(x^2+1 - x - 1)(1 + \sqrt{x+1})}{(1 - x - 1)(\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x+1})}$$

$$= \frac{(x^2-x)(1 + \sqrt{x+1})}{-x(\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x+1})} = \frac{x(x-1)(1 + \sqrt{x+1})}{-x(\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x+1})}$$

$$= \frac{(x-1)(1 + \sqrt{x+1})}{-(\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x+1})}$$

$$= \frac{(x-1)(1 + \sqrt{x+1})}{-(\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x+1})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{-2}{-2} = 1$$

$$f(x) = \sqrt[x]{1 + \sin x}$$

7

$$f(x) = (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$$

$$= (1 + x)^{\frac{1}{x}} \quad x \rightarrow 0 \quad \text{لأن } \sin x$$

$$\sin x \sim x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = e$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}} - 1}{e^{\frac{1}{x}} + 1}$$

-8

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{e^{\frac{1}{0^+}} - 1}{e^{\frac{1}{0^+}} + 1} = \frac{e^{+\infty} - 1}{e^{+\infty} + 1} = \frac{+\infty}{+\infty}$$

$$f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}} (1 - \frac{1}{e^{\frac{1}{x}}})}{e^{\frac{1}{x}} (1 + \frac{1}{e^{\frac{1}{x}}})}$$

$$f(x) = \frac{1 - \frac{1}{e^{\frac{1}{x}}}}{1 + \frac{1}{e^{\frac{1}{x}}}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{1 - \frac{1}{+\infty}}{1 + \frac{1}{+\infty}} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \frac{e^{\frac{1}{0^-}} - 1}{e^{\frac{1}{0^-}} + 1} = \frac{e^{-\infty} - 1}{e^{-\infty} + 1} = \frac{0 - 1}{0 + 1} = -1$$

9- أوجد الزوايا :

(a) $\arctan(1)$

(b) $\arctan(-\sqrt{3})$

(c) $\sin^{-1}(-\frac{1}{2})$

(د) $\cos^{-1}(\frac{1}{2})$ ملاحظة

(e) $\sin^{-1}(\frac{1}{\sqrt{2}})$

(f) $\cos^{-1}(-\frac{\sqrt{3}}{2})$

الكل :

(a) $y = \arctan(1)$

$$\tan y = 1 \Rightarrow y = \frac{\pi}{4}$$

$$y \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$$

(b) $y = \arctan(-\sqrt{3})$

$$\tan y = -\sqrt{3} \Rightarrow y = -\frac{\pi}{3}$$

$$y \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$$

(c) $y = \sin^{-1}(-\frac{1}{2})$

$$\sin y = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{\pi}{6}$$

$$y \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$$

ملاحظة

(e) $y = \sin^{-1}(\frac{1}{\sqrt{2}})$

$$\sin y = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow y = \frac{\pi}{4}$$

$$y \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$$

(f) $y = \cos^{-1}(-\frac{\sqrt{3}}{2})$

$$\cos y = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow y = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

$$y \in [0, \pi]$$