كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الاولى**

المادة : تحليل رياضي١

المحاضرة : **الثالثة/عملي/**

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2026

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

السؤال الأول:

ادرس تقارب كل من المتسلسلات:

① $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)}{\ln(n)\ln(n+1)}$

$= \frac{\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)}{\ln(n)\ln(n+1)} \cdot \frac{\ln\left(\frac{n+1}{n}\right)}{\ln(n)\ln(n+1)}$

$= \frac{\ln(n+1)-\ln(n)}{\ln(n)\cdot\ln(n+1)}$

$= \frac{\ln(n+1)}{\ln(n)\ln(n+1)} - \frac{\ln(n)}{\ln(n)\ln(n+1)}$

$= \frac{1}{\ln(n)} - \frac{1}{\ln(n+1)}$

$S_2 = \frac{1}{\ln(2)} - \frac{1}{\ln(3)}$

$$S_3 = \left(\frac{1}{\ln(3)} - \frac{1}{\ln(4)}\right) + \left(\frac{1}{\ln(2)} - \frac{1}{\ln(3)}\right)$$

$$= \frac{-1}{\ln(4)} + \frac{1}{\ln(2)}$$

$$S_n = \frac{-1}{\ln(n+1)} + \frac{1}{\ln(n-1)}$$

$$\lim_{n \to \infty} S_n = 0 + 0 = 0$$

⇐ السلسلة متقاربة.

2- $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n\sqrt{n}}$$

$$= 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot n^{\frac{1}{2}}} = 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\frac{3}{2}}}$$

$\alpha = \frac{3}{2} > 1 \Rightarrow$ السلسلة متقاربة حسب p-series

$\boxed{\alpha > 1}$

3 $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\frac{2}{3}}}$$

$\alpha = \frac{2}{3} < 1$

⇐ السلسلة متباعدة حسب p-series

$\boxed{\alpha < 1}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

4- $\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{1}{n}$

$\lim_{n\to\infty} \cos \frac{1}{n} = \cos\left(\frac{1}{+\infty}\right) = \cos 0 = 1 \neq 0$

$\Rightarrow$ السلسلة متباعدة لأنه شرط حد العام $\neq 0$

5- $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n+1}$ / $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

$1 = a(n+1) + bn$

$1 = an + a + bn$

$1 = n(a+b) + a$

بالمقارنة ①

$a + b = 0 \Rightarrow \boxed{a = -b}$

بالمقارنة ②

$\boxed{a = 1}$

$1 = -b \Rightarrow \boxed{b = -1}$

$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

$1 - \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$

$\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

$S_n = 1 - \frac{1}{n+1}$

$\lim_{n\to\infty} S_n = 1$

$\Rightarrow$ السلسلة متقاربة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

6- $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\frac{1}{n} \cdot \cos\frac{1}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ (سلسلة ريمان متباعدة ، $\alpha = 1$)

$\lim_{n\to\infty} \frac{\sin\frac{1}{n}\cos\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}}$

$= \lim_{n\to+\infty} \frac{\sin\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} \cdot \cos\left(\frac{1}{n}\right)$ (1) (1)

$= 1 < \infty$

حسب اختبار المقارنة السلسلتان من طبيعة واحدة

$\Rightarrow$ السلسلة متباعدة

7- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n\to+\infty} \frac{\frac{(n+1)^2}{(n+1)!}}{\frac{n^2}{n!}}$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2}{(n+1)!} \times \frac{n!}{n^2}$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2}{(n+1)n!} \times \frac{n!}{n^2} = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{n^2} = 0 < 1$

$\Rightarrow$ السلسلة متقاربة حسب اختبار دالامبير

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

8- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{3}{5}\right)^n$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{1}{n} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^n} = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{1}{n}} \cdot \sqrt[n]{\left(\frac{3}{5}\right)^n}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}} \cdot \frac{3}{5} = 1 \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{5} < 1$$

$\Leftarrow$ السلسلة متقاربة حسب اختبار كوشي

9- $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n+1}\right)^{\frac{1}{2}n}$

$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{\left(\frac{2n+1}{3n+1}\right)^{\frac{1}{2}\times n}} = \lim_{n\to\infty} \left(\left(\frac{2n+1}{3n+1}\right)^{\frac{1}{2}n}\right)^{\frac{1}{n}}$$

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{2n+1}{3n+1}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} < 1$$

$\Leftarrow$ السلسلة متقاربة حسب اختبار كوشي

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة