كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الاولى**

المادة : احتمالات واحصاء

المحاضرة : الخامسة/نظري/د. سراب

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

الاحتمال الشرطي:

ليكن لدينا تجربة ما فضاء العينة لها Ω و B حدث متعلق بهذه التجربة حيث $P(B) \neq 0$

نعرف احتمال وقوع الحدث A علماً أن B قد وقع بالعلاقة التالية:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

ندعو هذا الاحتمال بالاحتمال الشرطي

ملاحظات:

1- الاحتمال الشرطي يحقق خواص الاحتمال

$$P(\Omega) = 1$$
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

(1) $P(\Omega/B) = \frac{P(\Omega \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B)}{P(B)} = 1$

(2) $B \subset A$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B)}{P(B)} = 1$$

(3) بفرض أن A و B متنافيان

$$P[(A \cup B)|C] = P(A|C) + P(B|C)$$

(4) $P(A|B) + P(A'|B) = 1$

(5) $P(\Phi/B) = 0$

TEL:0931497960 - (جامعة طرطوس) كلية العلوم - A to Z مكتبة

(6) $A \subseteq B$

$P(A|C) \leq P(B|C)$

نتيجة:

$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B)$

$= P(A) \cdot P(B|A)$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

ويمكن تعميم هذه النتيجة إلى ثلاث أحداث أو أكثر

$P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B|A) \cdot P(C|(A \cap B))$

مثال:

صندوق يحوي ثمانية ظروف من نوع حد بيان ولكن التجربة حسب ثلاث ظروف على التتالي وبدون إعادة عندئذ ما هو احتمال أن تكون هذه الظروف الثلاثة صالحة معاً علماً أنه يوجد في الصندوق ثلاثة ظروف غير صالحة

الحل:

الكل	الصالحة	غير الصالحة	مجموعة
8	5	3	3

A حدث الحصول على ثلاثة ظروف صالحة

$A = [A_1 \; A_2 \; A_3]$ (ص1 ص2 ص3)

$P(A) = P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = (P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|(A_1 \cap A_2))$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$= \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{5}{28}$$

تمرين:

أظهرت دراسة إحصائية أن 30% من طلاب الجامعة يدخنون و 40% يشربون القهوة و 10% يشربون القهوة ويدخنون

الطلاب: S حدث طالب يدخن، K حدث طالب يشرب القهوة

$P(S) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$ $\quad P(K) = \frac{40}{100}$ $\quad P(S \cap K) = \frac{10}{100}$

① حساب النسبة المئوية للذين يشربون القهوة علماً أنهم يدخنون

S ↓ $\quad$ K ↓

$$P(K|S) = \frac{P(K \cap S)}{P(S)} = \frac{\frac{10}{100}}{\frac{30}{100}} = \frac{1}{3}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \times 100}{100} = \frac{33.3}{100} = 33.3\%$$

② حساب النسبة المئوية للمدخنين علماً أنهم لا يشربون القهوة

K' $\quad$ S

$$P(S|K') = \frac{P(S \cap K')}{P(K')}$$

$$= \frac{P(S) \cdot P(S \cap K)}{1 - P(K)}$$

$$= \frac{\frac{30}{100} - \frac{10}{100}}{1 - \frac{40}{100}} = \frac{\frac{20}{100}}{\frac{60}{100}} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

$$= \boxed{33.3\%}$$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$= \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

تعريف:

نرمي حجري نرد فإذا كان مجموع ما حصلت عليه هو 6 فأوجد احتمال أن يكون أحد الحجرين هو العدد 2

B مجهول — A معلوم

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{36}}{\frac{5}{36}} = \boxed{\frac{2}{5}}$$

	1	2	3	4	5	6
1		B			A	
2	B	B	B	BA		
3		B	A			
4		BA				
5	A	B				
6		B				

تعريف:

نقول عن الأحداث $A_1, A_2, \ldots, A_n$ أنها تشكل تجزئة لـ Ω إذا تحقق مايلي:

1) A_i متنافية مثنى مثنى

2) $\Omega = \bigcup_{i=1}^{n} A_i$

مثال:

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$A_1 = \{1, 2, 6\}$

$A_2 = \{5\}$

$A_3 = \{3, 4\}$

1) A_1, A_2, A_3 تشكل تجزئة لـ Ω لأن $A_1 \cap A_2 = \phi$

$A_1 \cap A_3 = \phi$ و $A_2 \cap A_3 = \phi$

2) $A_1 \cup A_2 \cup A_3 = \Omega$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

تعريف صيغة الاحتمال التام:

إذا كانت لدينا الأحداث $A_1, A_2, \ldots, A_n$ تشكل تجزئة لـ Ω

وكان لدينا حدث B متعلق بالتجربة عندئذ

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) \cdot P(B \mid A_i)$$

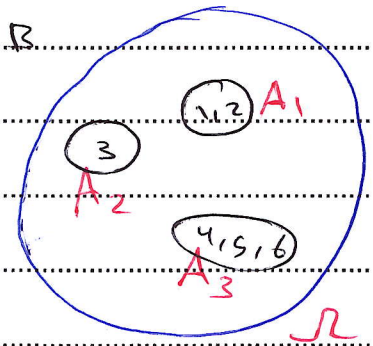
$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(B \cap A_i)$$

B حدث حصول على عدد أولي

$$P(B) = P(B \cap A_1) + P(B \cap A_2) + P(B \cap A_3)$$

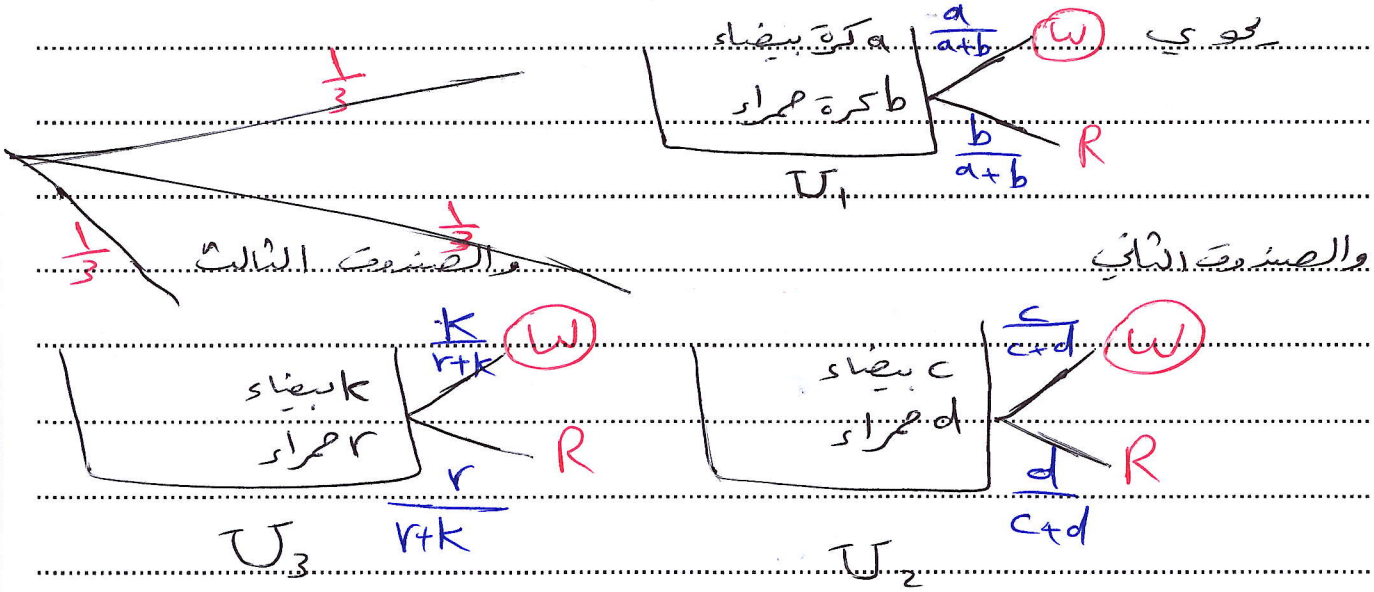
$$= P(2) + P(3) + P(5)$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$



تمرين:

يعرض لدينا ثلاثة صناديق متشابهة بالشكل وكان الصندوق الأول يحوي a كرة بيضاء و b كرة حمراء



TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

نسحب أحد الصناديق عشوائياً ثم نسحب منه كرة

لنفرض أن الكرة المسحوبة بيضاء

$$P(w) = P(w \cap U_1) + P(w \cap U_2) + P(w \cap U_3)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{a}{a+b} + \frac{1}{3} \times \frac{c}{c+d} + \frac{1}{3} \times \frac{k}{k+r}$$

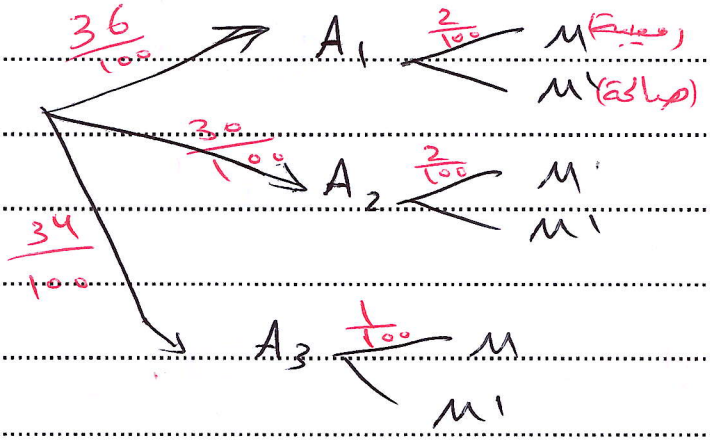
$$= \frac{1}{3}\left[\frac{a}{a+b} + \frac{c}{c+d} + \frac{k}{k+r}\right]$$

تمرين:

معمل لصنع الألبسة يتضمن ثلاثة خطوط إنتاج بحيث حصة كل خط من الإنتاج على الترتيب هي

36% , 30% , 34%

اخترنا قطعة من الانتاج الكلي للمعمل ما احتمال أن تكون هذه القطعة معيبة علماً أن النسب المئوية للإنتاج المعيب لكل خط هي على التوالي 2% , 2% , 1%



M حدث أن القطعة معيبة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$P(M) = P[(M \cap A_1) \cup (M \cap A_2) \cup (M \cap A_3)]$$

$$= P(M \cap A_1) + P(M \cap A_2) + P(M \cap A_3)$$

$$= \frac{36}{100} \times \frac{2}{100} + \frac{30 \times 2}{100} + \frac{36}{100} \times \frac{1}{100} =$$

$$= \quad - \quad - \quad -$$

ملاحظة:

إذا كانا متنافيان:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

مثال:

صندوقان متماثلان يحوي الأول 25 تفاحة و75 برتقالة ويحوي الآخر 20 تفاحة و30 برتقالة اختر ا صندوق بشكل عشوائي وسحبنا منه حبة واحدة

المطلوب:

1) أوجد احتمال أن تكون تفاحة.

2) أوجد احتمال أن تكون من الصندوق الثاني علماً أنها تفاحة.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة