كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الاولى**

المادة : جبر خطي

المحاضرة : الرابعة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

مثال: حل جملة المعادلات الخطية الآتية بطريقة كرامر (غرامر):

$$2x + y - 2z = -7$$
$$x + y + z = -1$$
$$-2y - z = -3$$

الحل:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{أمثال} \leftarrow \qquad B = \begin{bmatrix} -7 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix} \quad \text{ثوابت} \downarrow$$

نفشر حسب السطر الأول:

$$\Delta = |A| = 2\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{vmatrix}$$
$$= 2(-1+2) - 1(-1-0) - 2(-2-0)$$
$$= 2(1) - 1(-1) - 2(-2)$$
$$= 2 + 1 + 4 = 7 \neq 0$$
$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -7 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \\ -3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$
$$= -7\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -3 & -1 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -3 & -2 \end{vmatrix}$$
$$= -7(-1+2) - 1(1+3) - 2(2+3)$$

$$= -7(1) - 1(4) - 2(5)$$

$$= -7 - 4 - 10 = -21$$

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-21}{7} = -3$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & -7 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= 2\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -3 & -1 \end{vmatrix} + 7\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= 2(1+3) + 7(-1-0) - 2(-3+0)$$

$$= 2(4) + 7(-1) - 2(-3)$$

$$= 8 - 7 + 6 = 7$$

$$y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{7}{7} = 1$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -7 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= 2\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} - 7\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= 2(-3-2) - 1(-3+0) - 7(-2-0)$$

$$= 2(-5) - 1(-3) - 7(-2)$$

$$= -10 + 3 + 14 = 7$$

$$z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{7}{7} = 1$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

الحل: $\{x, y, z\} = \{-3, 1, 1\}$

مثال: حل جملة المعادلات الخطية التالية بطريقة غاوص:

$$2x + y - 2z = -7$$
$$x + y + z = -1$$
$$-2y - z = -3$$

الحل:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 & | & -7 \\ 1 & 1 & 1 & | & -1 \\ 0 & -2 & -1 & | & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow{i_1 \Leftrightarrow i_2}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & | & -1 \\ 2 & 1 & -2 & | & -7 \\ 0 & -2 & -1 & | & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow{-2i_1 + i_2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & | & -1 \\ 0 & -1 & -4 & | & -5 \\ 0 & -2 & -1 & | & -3 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{-2i_2 + i_3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & | & -1 \\ 0 & -1 & -4 & | & -5 \\ 0 & 0 & 7 & | & 7 \end{bmatrix}$$

$$① \quad x + y + z = -1$$
$$② \quad -y - 4z = -5$$
$$③ \quad 7z = 7$$

من ③ نجد: $7z = 7 \Rightarrow z = 1$

نعوض في ②: $-y - 4z = -5$

$$-y - 4(1) = -5$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$-y-4=-5 \Rightarrow -y=-5+4 \Rightarrow y=1$

(3) $x+y+z=-1$

$x+1+1=-1 \Rightarrow x=-3$

الحل $\{x,y,z\} = \{-3,1,1\}$

مثال: حل جملة المعادلات الخطية الآتية بطريقة كرامر:

$x+3y+z=1$

$2x+y+z=5$

$-2x+2y-z=-8$

الحل:

$$A=\begin{bmatrix}1 & 3 & 1\\ 2 & 1 & 1\\ -2 & 2 & -1\end{bmatrix}, \quad B=\begin{bmatrix}1\\5\\8\end{bmatrix}$$

نشتق حسب السطر الأول:

$$=1\begin{vmatrix}1 & 1\\ 2 & -1\end{vmatrix} -3\begin{vmatrix}2 & 1\\ -2 & -1\end{vmatrix} +1\begin{vmatrix}2 & 1\\ -2 & 2\end{vmatrix}$$

$=1(-1-2)-3(-2+2)+1(4+2)$

$=1(-3)-3(0)+1(6)=-3+6=3\neq 0$

$$\Delta_1=\begin{vmatrix}1 & 3 & 1\\ 5 & 1 & 1\\ -8 & 2 & -1\end{vmatrix}$$

$$=1\begin{vmatrix}1 & 1\\ 2 & -1\end{vmatrix} -3\begin{vmatrix}5 & 1\\ -8 & -1\end{vmatrix} +1\begin{vmatrix}5 & 1\\ -8 & 2\end{vmatrix}$$

$= 1(-12) - 3(-5+8) + 1(10+8)$

$= 1(-3) - 3(3) + 1(18)$

$= -3 - 9 + 18 = -12 + 18 = 6$

$x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{6}{3} = 2$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \\ -2 & -8 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= 1\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ -8 & -1 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -2 & -8 \end{vmatrix}$$

$= 1(-5+8) - 1(-2+2) + 1(-16+10)$

$= 1(3) - 1(0) + 1(-6) = 3 - 6 = -3$

$y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-3}{3} = -1$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ -2 & 2 & -8 \end{vmatrix}$$

$$= 1\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -8 \end{vmatrix} - 3\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -2 & -8 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 2 \end{vmatrix}$$

$= 1(-8-10) - 3(-16+10) + 1(4+2)$

$= 1(-18) - 3(-6) + 1(6)$

$= -18 + 18 + 6 = 6$

$z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{6}{3} = 2$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

الحل $(x, y, z) = (2, -1, 2)$

ملاحظة: حل جميع المعادلات الآتية بطريقة كرامر وطريقة غاوص مرة.

(A)
$$2x - 3y + 2z = 1$$
$$4x - 6y + 4z = 3$$
$$x + y - z = 2$$

(B)
$$x + y + z = 5$$
$$2x - 2y + 3z = 4$$
$$3x - y + 4z = 9$$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z