كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الاولى**

المادة : رياضيات عامة١

المحاضرة : **الرابعة/عملي/**

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

التمرين الأول: حل بطريقة أويلر جملة المعادلات التالية

$$2x+y-2z=-7$$
$$x+y+z=-1$$
$$-2y-z=-3$$

الحل: نكتب المعادلات بشكل مصفوفة

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 & | & -7 \\ 1 & 1 & 1 & | & -1 \\ 0 & -2 & -1 & | & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow{H_1 \leftrightarrow H_2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & | & -1 \\ 2 & 1 & -2 & | & -7 \\ 0 & -2 & -1 & | & -3 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{H_{21}(-2)} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & | & -1 \\ 0 & -1 & -4 & | & -5 \\ 0 & -2 & -1 & | & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow{H_{32}(-2)} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & | & -1 \\ 0 & -1 & -4 & | & -5 \\ 0 & 0 & 7 & | & 7 \end{bmatrix}$$

جملة مثلثية لها حل وحيد

$$x+y+z=-1 \quad \cdots (1)$$
$$-y-4z=-5 \quad \cdots (2)$$
$$7z=-7 \quad \cdots (3)$$

من المعادلة (3) نجد $7z=7 \Rightarrow z=1$

نعوض في (2): $-y-4(1)=-5$

$-y-4=-5$

$-y=-1 \Rightarrow y=1$

نعوض في (1): $x+1+1=-1 \Rightarrow x+2=-1$

$x=-3$

$S=[x,y,z]=[-3,1,1]$ مجموعة حلول المعادلة هو

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

التمرين الثاني: حل بطريقة غاوس المعادلة التالية

$$x+y+z=5$$
$$2x-2y+3z=4$$
$$3x-y+4z=9$$

الحل: نكتب الجملة بشكل مصفوفة

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 2 & -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & 4 & 9 \end{array}\right] \begin{matrix} \\ H_{21}(-2) \\ H_{31}(-3) \end{matrix}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & -4 & 1 & -6 \\ 0 & -4 & 1 & -6 \end{array}\right] H_{32}(-1) \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & -4 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

لا يوجد عدد غير منتهي من الحلول

التمرين الثالث: أوجد حل جملة المعادلات التالية

$$-3x-5y-3z=10$$
$$-x+7z=5$$
$$x+y+10z=-4$$

الحل:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} -3 & -5 & 36 & 10 \\ -1 & 0 & 7 & 5 \\ 1 & 1 & 10 & -4 \end{array}\right] H_1 \leftrightarrow H_3 \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 10 & -4 \\ -1 & 0 & 7 & 5 \\ -3 & -5 & -36 & 10 \end{array}\right]$$

$$\begin{matrix} H_{12}(1) \\ H_{31}(3) \end{matrix} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 10 & -4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & -2 & -6 & -2 \end{array}\right] H_{32}(2) \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 10 & -4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -12 & 0 \end{array}\right]$$

الجملة مكافئة للأصل

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

وظيفة: حل جملة المعادلات الخطية

a) $x+y-z=0$
$2x-3y=-4$
$x+z=4$

الجواب: $(x=1, y=2, z=3)$

b) $x-y+z=2$
$2x-y+2z=-6$
$x-2y+z=0$

الجواب (جملة ناقل).

التمرين الرابع:

برهن باستعمال المصفوفة الموسعة أن كل من المتجهات مرتبطة خطياً المستقلة خطياً على تأكد تراكيب خطية

الحل:

$x_1=[2,1,3,2,-1]$
$x_2=[4,2,1,-2,3]$
$x_3=[0,0,5,6,-5]$
$x_4=[6,3,-1,-6,7]$

الحل: نكتب المصفوفة المعادلات الصامتية:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 & -1 \\ 4 & 2 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 5 & 6 & -5 \\ 6 & 3 & -1 & -6 & 7 \end{bmatrix} \xrightarrow[H_{14}(-3)]{H_{12}(-2)} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -5 & -6 & 5 \\ 0 & 0 & 5 & 6 & -5 \\ 0 & 0 & -10 & -12 & 10 \end{bmatrix} \xrightarrow[H_{34}(-2)]{H_{33}(1)} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -5 & -6 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$r=2<m=4$

يوجد متجهات مستقلة خطياً x_1, x_2 و x_3, x_4 يمكن التعبير عنها بدلالة x_1, x_2

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$X_3 = \alpha X_1 + \beta X_2 \Rightarrow (0,0,5,6,-5) = \alpha(2,1,3,2,1) + \beta(4,2,1,-2,3)$

$$= \begin{cases} 2\alpha + 4\beta = 0 \quad \cdots (1) \\ \alpha + 2\beta = 0 \quad \cdots (2) \\ 3\alpha + \beta = 5 \quad \cdots (3) \\ 2\alpha - 2\beta = 6 \quad \cdots (4) \\ -\alpha + 3\beta = -5 \quad \cdots (5) \end{cases} \Rightarrow$$

من المعادلة (2) مع (5) بالجمع:

$5\beta = -5 \Rightarrow \beta = -1$

بالتعويض في (1):

$2\alpha + 4(-1) = 0$

$2\alpha - 4 = 0 \Rightarrow 2\alpha = 4 \Rightarrow \alpha = 2$

$X_3 = 2X_1 - X_2$

نوجد X_4 بحيث أن $X_4 = \alpha X_1 + \beta X_2$

$(6,3,-1,-6,7) = \alpha(2,1,3,2,-1) + \beta(4,4,1,-2,3)$

$$\begin{cases} 2\alpha + 4\beta = 6 \quad \cdots (1) \\ \alpha + 2\beta = 3 \quad \cdots (2) \\ 3\alpha + \beta = -1 \quad \cdots (3) \\ 2\alpha - 2\beta = -6 \quad \cdots (4) \\ -\alpha + 3\beta = 7 \quad \cdots (5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{من (5) مع (2)} \\ \text{بالجمع} \\ 5\beta = 10 \Rightarrow \beta = 2 \quad \text{بتعويض إحدى المعادلات لإيجاد } \alpha \\ 2\alpha + 4(2) = 6 \Rightarrow 2\alpha + 8 = 6 \\ 2\alpha = -2 \Rightarrow \boxed{\alpha = -1} \Rightarrow X_4 = -X_1 + 2X_2 \end{cases}$$

القرين الخاص: بين أن الصيغة الخطية التالية مرتبطة خطياً

$h_1 = 2x_1 - x_2 + 3x_3$

$h_2 = x_1 + 2x_2 + 4x_3$

$h_3 = 4x_1 - 7x_2 + x_3$

الحل: نلاحظ أن مصفوفة المعاملات هي:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -4 \\ 4 & -7 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H_1 \leftrightarrow H_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & -7 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow[H_{13}(-4)]{H_{12}(-2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -5 & -5 \\ 0 & -15 & -15 \end{pmatrix} \xrightarrow{H_{23}(-3)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -5 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow r(A) = 2$$

حتى تكون المجموعة الخطية مرتبطة خطياً يجب أن تحقق الشرط

$$(\alpha,\beta,\gamma)\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 1 & 2 & 4\\ 4 & -7 & 1\end{pmatrix}=0$$

$$\alpha(2,-1,3)+\beta(1,2,4)+\gamma(4,-7,1)=0$$

$$2\alpha+\beta+4\gamma=0 \quad \cdots (1)$$
$$-\alpha+2\beta-7\gamma=0 \quad \cdots (2)$$
$$3\alpha+4\beta+\gamma=0 \quad \cdots (3)$$

من المعادلة (1)

$$\beta=-2\alpha-4\gamma \quad \cdots *$$

نعوض في (2)

$$-\alpha+2(-2\alpha-4\gamma)-7\gamma=0$$
$$-\alpha-4\alpha-8\gamma-7\gamma=0$$
$$-5\alpha-15\gamma=0$$
$$\Rightarrow 5\alpha=-15\gamma \Rightarrow \alpha=-3\gamma$$

نعوض في *

$$\beta=-2(-3\gamma)-4\gamma$$
$$\beta=6\gamma-4\gamma \Rightarrow$$
$$\boxed{\beta=2\gamma}$$

أن $\alpha=15 \Leftarrow \beta=-10 \Leftarrow \gamma=-5$

نعوض X_3 من X_1 و X_2

$$X_3=\alpha X_1+\beta X_2$$
$$(4,-7,1)=\alpha(2,-1,3)+\beta(1,2,4)$$

$$2\alpha+\beta=4 \quad \cdots (1)$$
$$-\alpha+2\beta=-7 \quad \cdots (2)$$
$$3\alpha+4\beta=1 \quad \cdots (3)$$

نضرب (2) بـ 2

$$2\alpha+\beta=4 \quad \cdots (1)$$
$$-2\alpha+4\beta=-14 \quad \cdots (2)$$
$$5\beta=-10 \Rightarrow \boxed{\beta=-2} \Rightarrow 2\alpha-2=4$$
$$2\alpha=6 \Rightarrow \boxed{\alpha=3} \Rightarrow X_3=3X_1-2X_2 \Rightarrow 3X_1-2X_2-X_3=0 \Rightarrow 15X_1-10X_2-5X_3$$

مرتبطة خطياً

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة