كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الاولى**

المادة : رياضيات عامة١

المحاضرة : الرابعة/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2026

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

أوجد معكوس المصفوفة التالية باستخدام طريقة الحذف التالي غوص جوردان

$$A\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & -4 & -5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$A(E)\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & : & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -4 & -5 & : & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 6 & : & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

المصفوفة الواحدية

$$\xrightarrow[H_{13}(-3)]{H_{13}(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & : & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & : & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & : & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{H_{31}(2)} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -3 & 5 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -3 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 3 & -5 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 3 & 3 & 1 \end{array}\right)$$

$$H_{21}(-3)\begin{pmatrix}1&0&0&|&-11&-3&-3\\0&0&1&|&2&1&0\\0&-1&0&|&3&3&1\end{pmatrix}$$

$$H_{23}\begin{pmatrix}1&0&0&|&11&-3&-3\\0&-1&0&|&3&3&1\\0&0&1&|&2&1&0\end{pmatrix}\quad A.A=I\begin{pmatrix}-11&-3&-3\\-3&-3&-1\\2&1&0\end{pmatrix}$$

المعادلات الخطية: تعبر عن الثنائية (x_1, x_2) نقطة في المستوي والثلاثية (x_1, x_2, x_3) نقطة في الفراغ

أي النتيجة تكون من نقطتين وحاصل جمع حجرات صفوفه فإذا اعتبرنا أن المتجهة هي مصفوفة

$$X=(x_1\ \ x_2)\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}$$

$$X=(x_1\ x_2\ x_3)\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}$$

أي يمكن كتابة تركيبة على شكل مصفوفة مطرية أو عمودية

إذا كان لدينا من الفضاء

$$X=[x_1, x_2 - x_n]R^n$$

$$\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}$$

التركيب الخطي لمتجهين: نقول عن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ أنهما مرتبطان خطيا إذا كان

$$\vec{v}=K.\vec{u}$$

إن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ حيث K_1, K_2 غير معدومة

وإذا كان $\vec{u}_1, \vec{v}$ ثلاثة أشعة مرتبطة خطيا إذا توافر

K_1, K_2, K_3 غير معدومة جميعا

$$K_1\vec{u}+K_2\vec{v}+K_3\vec{u}=\vec{0}$$

إذا كان m شعاع مرتبط خطيًا $X_1[x_u, x_n \dots x_m)$

$X_2[x_{21}, x_{22} \dots x_{2n}), X_3[x_{31}, x_{32} \dots x_{3n}]$

تكون مرتبطة خطيًا إذا وجدت الأعداد $K_1, K_2 \dots K_m$ ليست جميعها معدومة

$$K_1 X_1 + K_2 X_2 + K_3 X_3 + \dots K_n X_n = 0$$

إذا كانت $K_1, K_2 \dots K_n$ معدومة جميعها كانت الأشعة $X_1 \dots X_n$ مستقلة خطيًا

نتيجة: إذا كان هناك n شعاع مرتبط خطيًا عندئذٍ يمكن التعبير عن إحداها بدلالة الأشعة المتبقية

مثال: $X_1 (3, 1, -4), X_2 (2, 2, -3)$

لندرس استقلال الأشعة X_2, X_1

$$K_1 X_1 + K_2 X_2 = 0$$

$$K_1 (3, 1, -4) + K_2 (2, 2, -3) = (0, 0, 0)$$

$$3K_1 + 2K_2 = 0$$

$$K_1 + 2K_2 = 0$$

بالحل المشترك: $K_1 = K_2 = 0$ ⟸ الأشعة مستقلة خطيًا

ولكن الشعاع $(7, 8, -4)$ مرتبط خطيًا مع X_2, X_1

$$X_3 = 2X_1 - 5X_2$$

أي يمكن التعبير عنه بشكل تركيب خطي مع الأشعة X_1, X_2

* لتكن عملة المعادلات الآتية:

$X_2[x_{21} + x_{22} \dots x_{2n}]$ ، $X_1[x_{11} + x_{12} \dots x_{1n}]$

$X_m[x_{m1} + x_{m2} \dots x_{mn}]$ متجه n مركبة و m متجه n مركبة

لتكن المصفوفة K: مصفوفة المعادلات الآتية

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & x_{2n} \\ x_{31} & x_{32} & x_{3n} \end{pmatrix}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

إذا كانت $m > r$ (عدد المتجهات أكبر من الرتبة) عندئذٍ تكون الأشعة مرتبطة خطيًا، لكن يوجد r شعاع مستقل خطيًا فيمكن التعبير عن $m-r$ شعاع بدلالة الأشعة مستقلة خطيًا

2) $r = m$ (عدد المتجهات = الرتبة) الأشعة مستقلة خطيًا

3) $n < m$ (عدد المتغيرات أقل من عدد المتجهات) فإن المتجهات مرتبطة خطيًا

مثال

برهن أن المتجهات التالية مرتبطة خطيًا باستعمال المصفوفات ثم عين كونه جزئيًا منها مستقلة خطيًا وعبر عنها كتراكيب خطية مع المتجهات الباقية

الحل

$X_1[2,-1,3,2]$, $X_2[1,3,4,2]$, $X_3[3,-5,2,2]$

تشكل مصفوفات المركبات

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 2 \\ 3 & -5 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$ لنوجد رتبتها

$$\xrightarrow[H_{13}(-3)]{H_{12}(-2)} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 2 \\ 0 & -7 & -5 & -2 \\ 0 & -14 & -10 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{H_{23}(-2)} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 2 \\ 0 & -7 & -5 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$r = 2 < m = 3$

يوجد $r = 2$ شعاعان مستقلان خطيًا والأشعة X_1, X_2, X_3 مرتبطة خطيًا

يمكن التعبير عن X_3 بدلالة X_1 و X_2

$X_3 = \alpha X_1 + \alpha X_2$

$(\quad) = \alpha(\quad) + \beta(\quad)$

$\alpha = 2, \beta = -1 \Rightarrow X_3 = 2X_1 - X_2$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

* إذا كانت رتبة A تساوي رتبة الموسعة لكن للجملة حل
* إذا كانت رتبة A تساوي رتبة الموسعة وأقل من n كان للمعادلة عدد لانهائي من الحلول

- أوجد حل جملة المعادلات الآتية:

$$X_1 + 2X_2 + X_3 = 2$$
$$3X_1 - X_2 - 2X_3 = 1$$
$$4X_1 - 3X_2 - X_3 = 3$$
$$2X_1 + 4X_2 + 2X_3 = 4$$

الموسعة (A/B)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 & 1 \\ 4 & -3 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

موسعة

نحولها لمصفوفة مثلثية على:

$$\left(\begin{array}{cccc} \boxed{1} & 0 & 1 & 2 \\ 0 & \boxed{1} & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{6} & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

عدد المجاهيل $n = 3$

رتبة $r = 3$

رتبة المعادلات = رتبة الموسعة

* للجملة المعطاة معادلة واحدة $6X_3 = 6 \Rightarrow X_3 = 1$

$X_2 + X_3 = 1 \Rightarrow X_2 = 0$

$X_1 + X_2 + X_3 = 2 \Rightarrow X_1 = 0$

الكافية

حل الجملة هو $(0, 0, 1)$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

وظيفة:

$$X_1+2X_2-3X_3-4X_4=6$$
$$X_1+3X_2+X_3-2X_4=4$$
$$2X_1+5X_2-2X_3-5X_4=10$$

مثال

$X_3[0,0,5,6,-5]\ X_1[2,1,3,2,1]\ X_2[4,2,1,-2,3]$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 & -1 \\ 4 & 2 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 5 & 6 & -5 \\ 6 & 3 & -1 & -6 & 7 \end{pmatrix}$$

لنوجد رتبتها

$H_{12}(-2)\rightarrow$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & +2 & -1 \\ 0 & 0 & -5 & -6 & 6 \\ 0 & 0 & 5 & 6 & -5 \\ 0 & 0 & -10 & -12 & 10 \end{pmatrix}$$

$H_{22}(1)$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -5 & -6 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -10 & -12 & 10 \end{pmatrix}$$

$H_{24}(-2)\rightarrow$

$$\begin{pmatrix} \boxed{2} & 1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & \boxed{-5} & -6 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$r=2 < m=4$

يوجد معادلات مستقلات X_1 و X_2 وعدد n المرتبطة خطيًا

X_1, X_2, X_3, X_4 إذن يمكن التعبير عن X_3 و X_4 بدلالة X_1 و X_2

حل عملة المعادلات $\alpha=2, \beta=11, \mu=2, \lambda=-1$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$X_3 = 2X_1 - X_2 , X_4 = 2X_2 - X_1$

الصيغة الخطية للمعادلات

الشكل العام للصيغ الخطية

$a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots a_n X_n$ معادلات لتيار العدد $2a_i X_i$

ويكتب على شكل صيغة خطية

$h = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + a_{13}X_3 + \dots a_n X_n = 0$

$h_2 = a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + a_{23}X_3 \dots a_{2n}X_n = 0$

$h_m = a_m X_1 + 0 \dots$

خطية برهن باستعمال العمليات أن المتجهات $X_1(1, 2, -3, 4)$

$X_2(3, -1, 2, 1), X_3(1, -5, 8, -7)$

مرتبطة خطيا وهل الاتجاهات المستقلة خطيا كل تراكيب خطية

بنفس الطريقة نجد أن المعادلات مرتبطة خطيا إذا كانت مصفوفة المعادلات

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{12} & a_{22} & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{3n} \end{pmatrix}$$ $m \times r$ رتبتها

مثال:

بين أن الصيغ الخطية التالية مرتبطة خطيا

$h_1 : 2X_1 - X_2 + 3X_3$

$h_2 : X_1 + 2X_2 + 4X_3$

$h_3 : 4X_1 - 7X_2 + X_3$

مصفوفة المعادلات

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 4 & -7 & 1 \end{pmatrix}$$

تؤول رتبتها $r2$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

② عدد المعادلات مساوية لعدد المتغيرات تسمى مربعة طبيعياً

③ ليوجد α, β, γ غير صفرية

$$\alpha h_1 + \beta h_2 + \gamma h_3 = 0$$

$$(\alpha \ \beta \ \gamma)\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 4 & -7 & 1 \end{pmatrix} = (0 \ 0 \ 0)$$

$$2\alpha + \beta + 4\gamma = 0 \qquad \alpha = 15$$

$$-\alpha + 2\beta - 7\gamma = 0 \qquad \beta = -10$$

$$3\alpha + 4\beta + \gamma = 0 \qquad \gamma = -5$$

$$3h_1 - 2h_2 - h_3 = 0$$

إذا وجدت مجموعة المعادلات الخطية لتكن الصيغة الخطية العامة

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = 0$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = 0$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \qquad AX = 0$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

لحلها نجعل ① كل مصفوفة المعادلات إلى مصفوفة مدرجة

④ إذا كانت رتبة المعادلات تساوي رتبة المصفوفة الموسعة يكون لها حل وهي

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z