كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : تحليل عقدي١

المحاضرة : **الخامسة/عملي/**

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2026

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

الخامسة عملي :

س2) ادرس تقارب السلاسل :

[1] $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{2^n}$

[2] $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \sin in}{3^n}$

[3] $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{i2\pi}}{n\sqrt{n}}$

نفس طريقة (2) اعمل السبب

الحل :

[2] $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot (i sh(n))}{3^n}$

$= i \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\, sh(n)}{3^n}$

ثابت لا يؤثر على تقارب السلسلة.

نطبق اختبار النسبة :

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \left| \frac{(n+1) sh(n+1)}{3^{n+1}} \cdot \frac{3^n}{n sh n} \right|$$

$$= \lim_{n\to+\infty} \left| \frac{n+1}{n} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{sh(n+1)}{sh n} \right|$$

$$= \frac{1}{3} \lim_{n\to\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right) \lim_{n\to\infty} \frac{e^{n+1} - e^{-(n+1)}}{e^n - e^{-n}}$$

$$= \frac{1}{3} \lim_{n\to\infty} \frac{e^{n+1} - e^{-(n+1)}}{e^n - e^{-n}}$$

نقسم البسط والمقام على e^n

$$= \frac{1}{3} \lim_{n\to\infty} \frac{e^{n+1} - e^{-(n+1)}}{e^n}$$
$$\frac{e^n - e^{-n}}{e^n}$$

$$= \frac{1}{3} \lim_{n\to\infty} \frac{e - e^{-(2n+1)}}{1 - e^{-2n}}$$

$$= \frac{1}{3} e \approx 0.906 < 1$$

السلسلة متقاربة وطلقا

---

[3] $e^{i2\pi} = \cos 2\pi + i \sin 2\pi$

$= 1 \quad = 0$

$$\sum \frac{1}{n\sqrt{n}} = \sum \frac{1}{n^{\frac{3}{2}}}$$

$\alpha = \frac{3}{2} > 1$ حسب معيار السلسلة

متقاربة

س2] أوجد نصف قطر تقارب السلسلة

$$\sum_{n=0}^{\infty} (1+i)^n z^n$$

الحل: نوجد العنصر العام $|c_n|$

$$|c_n| = |(1+i)^n| = |1+i|^n$$

$$= (\sqrt{2})^n = 2^{n/2}$$

$$R = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{|c_n|}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

س3] أوجد سلسلة تايلور بقوى $(z-3)$

للدالة $f(z) = \frac{1}{3-2z}$

الحل:

$$\frac{1}{3-2z} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1-\frac{2}{3}z}$$

$$= \frac{1}{3-2(z-3+3)} = \frac{1}{3-2(z-3)-6}$$

$$= \frac{1}{-3-2(z-3)} = \frac{1}{-3\left(1+\frac{2}{3}(z-3)\right)}$$

$$= \frac{1}{-3} \cdot \frac{1}{1+\frac{2}{3}(z-3)}$$

بالتعويض في المتطور: $\frac{1}{1+z}$

$$1 - z + z^2 + \cdots + (-1)^n z^n$$

$$= -\frac{1}{3}\left[1 - \frac{2}{3}(z-3) + \frac{2^2}{3^2}(z-3)^2 + \frac{2^3}{3^3}(z-3)^3 + \cdots\right]$$

$$= -\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2}(z-3) - \frac{2^2}{3^3}(z-3)^2 + \frac{2^3}{3^4}(z-3)^3 + \cdots$$

السلسلة تتقارب عندما $\left|\frac{2}{3}(z-3)\right| < 1$

$$|z-3| < \frac{3}{2}$$

نصف قطر التقارب: $R = \frac{3}{2}$

س4] بيّن أنه بشروط يجب أن الدالة

$$u = ax^2 + 2bxy + cy^2$$

دالة توافقية؟ حيث (a,b,c) ثوابت

الحل: حتى تكون توافقية يجب أن تكون مستمرة ومشتقاتها الجزئية موجودة ومستمرة

حتى المرتبة $n=2$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 2ax + 2by \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 2a$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 2bx + 2cy \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 2c$$

والمشتقات الجزئية موجودة ومستمرة

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \Leftrightarrow$$

$$2a + 2c = 0$$

$$\boxed{a = -c}$$

إذاً الشروط هو أن يكون

$$\boxed{a = -c}$$

مكتبة A to Z