كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : جبر المنطق

المحاضرة : السابعة/عملي/

الموضوع: ....

/ /

"حل منطق محاضرة (7) عملي"

"السؤال الأول" عبّر بلغة الأدوات المنطقية والقضايا عن المحاكمة المنطقية الآتية وتحقق من صحتها:

- إذا كان المستقيم لا يملك نقاط مشتركة مع المستوي فإنه يوازي المستوي
- إذا كان المستقيم يملك نقطتين متمايزتين مشتركتين مع المستوي فإنه يكون منطبقاً عليه.
- المستقيم غير موازي للمستوي وغير منطبق عليه.
- إذاً المستقيم يملك نقطة مشتركة مع المستوي أو لا يملك نقطتين متمايزتين مشتركتين مع المستوي.

"الحل"

باعتبار r قضية: المستقيم يملك نقطة مشتركة مع المستوي

و p قضية: المستقيم يوازي المستوي

و s قضية: المستقيم يملك نقطتين متمايزتين مشتركتين مع المستوي

و q قضية: المستقيم ينطبق على المستوي.

"طريقة أولى للحل"

$\neg r \to p$ ... ①

$s \to q$ ... ②

$\neg p \wedge \neg q$ ... ③

الهدف: $r \wedge \neg s$

من ③: $\neg p \wedge \neg q \xrightarrow{Simp} \neg p$ ... ④

④ و ①: $\neg r \to p, \neg p \xrightarrow{MT} r$ ... ⑤

من ③: $\neg p \wedge \neg q \xrightarrow{Simp} \neg q$ ... ⑥

② و ⑥: $s \to q, \neg q \xrightarrow{MT} \neg s$ ... ⑦

⑤ و ⑦: $\boxed{r, \neg s \xrightarrow{Conj} r \wedge \neg s}$

وهو الهدف

الموضوع: ....

/ /

الطريقة ثانية للحل " التكافؤ المنطقي "

$$\underline{\neg r \to p \;,\; s \to q \;,\; \neg p \wedge \neg q}$$

$$r \wedge \neg s \,.$$

$$\underline{\neg r \to p \;,\; s \to q \;,\; \neg p \wedge \neg q}$$

$$\neg r \to p \;,\; (\neg s \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$$

$$\neg r \to p \;,\; (\neg s \wedge \neg p \wedge \neg q) \vee \underbrace{(q \wedge \neg p \wedge \neg q)}_{F}$$

$$\neg r \to p \;,\; (\neg s \wedge \neg p \wedge \neg q)$$

$$(r \vee p) \wedge (\neg s \wedge \neg p \wedge \neg q)$$

$$(r \wedge \neg s \wedge \neg p \wedge \neg q) \vee \underbrace{(p \wedge \neg s \wedge \neg p \wedge \neg q)}_{F}$$

$$\underbrace{(r \wedge \neg s)}_{T} \wedge \underbrace{(\neg p \wedge \neg q)}_{T}$$

$$\boxed{r \wedge \neg s \,.} \Leftarrow \text{وهي صحيحة}$$

رر السؤال الثاني رر رمّز الحالة المنطقية الآتية وتحقق من صحتها وفقاً لقواعد التكافؤ المنطقي:

إذا كان اليوم هو السبت فإن المكتبة مفتوحة، إذا كانت المكتبة مفتوحة فإننا سوف ندرس في المكتبة ولكننا لا ندرس في المكتبة إذاً اليوم ليس السبت

رر الحل رر $\boxed{ط_1}$

$p \to q$ ...①

$q \to r$ ...②

$\neg r$ ...③

الهدف: $\neg p$

① مع ②:

$p \to q$

$\underline{q \to r}$ $\underline{Hs}$

$p \to r$ ...④

④ مع ③

$p \to r$

$\underline{\neg r}$ $\underline{MT}$

$\boxed{\neg p}$ وهو المطلوب

$\boxed{ط_2}$ طريقة التكافؤ المنطقي: "جواب السؤال بهذه الطريقة"

$$\frac{p \to q,\ q \to r,\ \neg r}{\neg p}$$

$\underline{p \to q,\ q \to r),\ \neg r}$

$\underline{p \to q,\ (\neg q \vee r) \wedge \neg r}$

$p \to q,\ (\neg q \wedge \neg r) \vee \underbrace{(r \wedge \neg r)}_{F}$

$p \to q,\ (\neg q \wedge \neg r)$

$(\neg q \wedge \neg r)$ ، مسلّم

$(\neg p \vee q) \wedge (\neg q \wedge \neg r)$

$(\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee \underbrace{(q \wedge \neg q \wedge \neg r)}_{ع}$

$(\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$

$\boxed{\neg p}$ صحيحة وهو المطلوب.

السؤال الثالث: نفرض IN مجموعة الأعداد الطبيعية دون الصفر (موجبة تماماً) تمثل دالة افتراضية في 3 متغيرات

"$x + 2y + 3z < 9$"

$P(x,y,z)$ لمجموعة $IN \times IN \times IN$ أوجد T_p (مجموعة الصواب) للدالة $P(x, y, z)$

الحل:

$x = \{1,2,3\}$, $y\{1,2\}$, $z=\{1\}$

$\Rightarrow$

$T_p = \{(1,1,1),(1,2,1),(2,1,1),(3,1,1)\}$

"السؤال الرابع" مهم نفرض أن $A=\{1,2,3,4,5,6\}$ في كل مما
يأتي وضح إذا كانت الجملة تمثل قضية أو دالة افتراضية ، إذا كانت
قضية أوجد قيمة الحقيقة وإذا كانت دالة أوجد T_p (مجموعة الصواب)

① $\exists x\in A: x+y<8$

② $\exists x\in A: \forall y\in A, x+y>5$

"الحل" ① $\exists x\in A: x+y<8$

فهي تمثل دالة افتراضية في y.

(لا يوجد مكمم لـ y لذلك هي دالة افتراضية) و
دالة افتراضية في متغيرين واحد منهما مسبوق بمكمم (مجموعة الصواب $\boxed{T_p=A}$

② $\exists x\in A ; \forall y\in A, x+y>5$ ، دالة افتراضية في متغيرين مسبوقين بمكممين
وهي قضية والإجابة قيمة الحقيقة نلاحظ أنه لأجل أي قيمة لـ y يوجد $x=\{5,6\}$
بحيث تحقق $\boxed{x+y>5}$

"ملاحظة"

بسبب أن قياس y هو $\forall$ (لكل) نختار أصغر قيمة لـ $y\in A$ وهي
الواحد وذلك بسبب كون المتباينة أكبر تماما عندها إذا أمكن إيجاد
قيمة لـ x تحقق المتباينة عندئذ تكون قيمة الحقيقة T و f خلاف ذلك

"السؤال الخامس" حوّل الجمل الآتية من صيغة رموز إلى جمل إنشائية

① $\forall x\in \mathbb{N}, x+3>5$
كل عدد من مجموعة الأعداد الطبيعية يكون مجموعه مع العدد 3 أكبر من 5

② $\exists x\in \mathbb{R}: x^2=3x$
يوجد عدد حقيقي بحيث أن مربعه يساوي ثلاثة أمثاله.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

/ /   الموضوع: ....

③ $\exists x \in S :$ x طالب غير مجتهد ، S (مجموعة طلاب المنطق)

يوجد طالب غير مجتهد من مجموعة طلاب علم المنطق

④ $\forall x \in R , x > 0$

كل عدد حقيقي موجب.

"السؤال السادس" أوجد أبسط صورة نفي كل من القضايا الآتية:

① $(\forall x , p(x)) \wedge (\exists y : q(y))$

$\neg[(\forall x , p(x)) \wedge (\exists y : q(y))]$

حسب ديمورجان:

$\neg(\forall x , p(x)) \vee \neg(\exists y : q(y))$

$(\exists x : \neg p(x)) \vee (\forall y , \neg q(y))$

② $(\exists x : p(x)) \vee (\forall y , q(y))$

$\neg[(\exists x : p(x)) \vee (\forall y , q(y))]$

حسب ديمورجان:

$\neg(\exists x : p(x)) \wedge \neg(\forall y , q(y))$

$(\forall x , \neg p(x)) \wedge (\exists y : \neg q(y))$

الموضوع:

/ /

③ $(\exists x: p(x)) \longrightarrow (\forall y, q(y)) \equiv$

$\neg(\exists x: p(x)) \vee (\forall y, q(y))$

$\neg[\neg(\exists x: p(x)) \vee (\forall y, q(y))]$

حسب دمورغان:

$\neg\neg(\exists x: p(x)) \wedge \neg(\forall y, q(y))$

$(\exists x: p(x)) \wedge (\exists y: \neg q(y))$

④ $\forall x, \exists y: p(x) \vee q(y)$

⑤ $\exists y: \exists x: p(x) \wedge \neg q(y)$

وظيفة:

"انتهت المحاضرة"