كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : ميكانيك١

المحاضرة : الخامسة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2026

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

السؤال الأول : نقطة مادية تتحرك على المحور ox وتسارعها معين بالعلاقة $w = 4t - 10$. فإذا كانت النقطة في لحظة البدء في مبدأ الفواصل وسرعتها $v_0 = 8$. فالمطلوب :

ايجاد معادلات الحركة ، ثم ايجاد اللحظات التي تنعدم عندها سرعة النقطة ، وما هو تسارعها في تلك اللحظات.

الحل : لدينا الحركة على المحور ox $\Leftarrow$ الحركة مستقيمة

و عندما تكون الحركة مستقيمة فإن نقوس المسار $\rho \to \infty$

ومنه $w_n = \frac{v^2}{\rho} = 0$

فيكون التسارع الكلي هو تسارع مماسي، $w_T = w = 4t - 10$

لدينا $w_T = \frac{dv}{dt} = 4t - 10 \Leftarrow v = \int (4t - 10)\, dt \Leftarrow v = 2t^2 - 10t + c$

من شروط البدء عندما $t = 0$ كانت $v_0 = 8 \Leftarrow c = 8$

$$\Rightarrow \boxed{v = 2t^2 - 10t + 8}$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{ds}{dt} = 2t^2 - 10t + 8 \Rightarrow x = \frac{2}{3}t^3 - 5t^2 + 8t + c_1$$

عندما $t = 0$ كانت النقطة في مبدأ الفواصل أي $x = 0$

$$\Leftarrow c_1 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{2}{3}t^3 - 5t^2 + 8t} \leftarrow \text{معادلات الحركة}$$

- لحظات انعدام السرعة:

نفرض $v=0$ <= $2t^2-10t+8=0$

<= $(t-1)(t-4)=0$

<= $t=1$, $t=4$ هما لحظتا انعدام السرعة.

لنعوض في معادلات التسارع:

من أجل $t=1$ <= $w=-6$

من أجل $t=4$ <= $w=6$

السؤال الثاني: نقطة مادية تتحرك على منحنى $y=\delta\cos\left(\frac{2\pi x}{l}\right)$ حيث $\delta>0$ و l ثوابت.

والمطلوب: إيجاد التسارع الكلي في النقطة الموافقة لحضيض هذا المنحنى (أسفل نقطة في المنحنى). حيث السرعة ثابتة C و $\rho=\frac{(1+y'^2_x)^{3/2}}{y''_x}$

الحل: لدينا $w=\sqrt{w_T^2+w_n^2}$ ، لكن $v=c$ ثابتة <= $w_T=\frac{dv}{dt}=0$

وبالتالي <= $w=w_n=\frac{v^2}{\rho}$ <= $\boxed{w=\frac{c^2}{\rho}}$

$$(*)\ \cdots\begin{cases} y'_x=\frac{-2\pi\delta}{l}\sin\left(\frac{2\pi x}{l}\right) \\ y''_x=\frac{-4\pi^2\delta}{l^2}\cos\left(\frac{2\pi x}{l}\right)\end{cases} \quad <= \quad \rho=\frac{(1+y'^2_x)^{3/2}}{y''_x}$$

في النقطة الموافقة لحضيض المنحنى يكون:

$\cos\left(\frac{2\pi x}{l}\right)=-1$ <= $\frac{2\pi x}{l}=\pi$ <= $x=\frac{l}{2}$

نعوض $x=\frac{l}{2}$ في (*) <=

$$\begin{cases} y'_x\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{-2\pi\delta}{l}\sin(\pi) = 0 \\ y''\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{-4\pi^2\delta}{l^2}\cos(\pi) = \frac{4\pi^2\delta}{l^2} \end{cases}$$

فيكون نصف قطر التقوس عند الحضيض المنحنى:

$$\rho\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{l^2}{4\pi^2\delta}$$

وبالتالي يكون التسارع عند الحضيض:

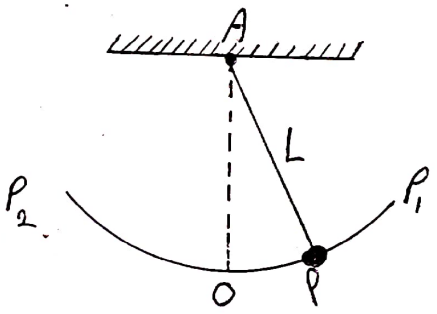
$$\left[W = \frac{4c^2\pi^2\delta}{l^2} \right]$$

السؤال الثالث: يتحرك نواس بسيط P على قوس دائرة نصف قطرها $AP=l$

حسب القانون $S = a\sin(kt)$

حيث $S=\overline{OP}$ و a و k ثابتان.

والمطلوب: إيجاد سرعات النقطة P، وتسارعها المماسي والناظمي، ثم عين المواضع التي تنعدم عندها هذه القيم.



الحل: لنفرض أن النواس يتراجح على القوس $\overset{\frown}{P_2P_1}$

- إيجاد السرعة:

$$V = \frac{ds}{dt} = ak\cos(kt)$$

- التسارع المماسي:

$$W_t = \frac{dv}{dt} = -ak^2\sin(kt)$$

- التسارع الناظمي:

$$W_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{a^2k^2\cos^2(kt)}{l}$$

و $\rho = l$ نصف قطر الدائرة

- إيجاد لحظات انعدام القيم:

أولاً: في الموضعين P_1 و P_2 إن S تأخذ أكبر قيمها في الحالة المطلقة

$\sin(kt) = \mp 1$ وبالتالي $\cos(kt) = 0$ ومنه

إذاً في هذين الموضعين نجد أن سرعة المماس وتسارعه الناظمي معدومان

أما التسارع المماسي يأخذ قيمتان مطلقتان عظمى مقدارها $W_{T_{max}} = aK^2$

ثانياً: في الموضع O المبدأ تكون $S=0$ ومنه $\sin(Kt)=0$ و $\cos(Kt) = \mp 1$

إذاً في هذا الموضع يكون $W_T = 0$

أما سرعة التواس وتسارعه الناظمي فيأخذان قيم مطلقة عظمى

$v_{max} = aK$ ، $W_{n_{max}} = \frac{aK^2}{l}$

مكتبة A to Z