كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : نظرية الاحتمالات

المحاضرة : الثامنة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2026

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

التمرين الأول:

ليكن X و Y متغيران عشوائيان منفصلان دالة التوزيع المشتركة لهما تعطى بالعلاقة:

$$f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases}1/6 & ;x=-2,\ y=3\\ 1/12 & ;x=-2,\ y=5\\ 1/6 & ;x=9,\ y=3\\ 1/12 & ;x=9,\ y=5\\ 1/3 & ;x=13,\ y=3\\ 1/6 & ;x=13,\ y=5\\ 0 & ;\text{خلاف ذلك}\end{cases}$$

بين هل $f_{X,Y}(x,y)=f_X(x)\cdot f_Y(y)$ أي هل هما مستقلان

الحل:

$$f_X(x)=\sum_y f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases}3/12 & ;x=-2\\ 3/12 & ;x=9\\ 6/12 & ;x=13\\ 0 & ;\text{خلاف ذلك}\end{cases}$$

$$f_Y(y) = \sum_x f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 4/6 & ; y=3 \\ 4/12 & ; y=5 \\ 0 & ; \text{خلاف ذلك} \end{cases}$$

نلاحظ أنّ:

$$f_{X,Y}(x,y) = f_X(x) \cdot f_Y(y)$$

لكل $x, y \in R$

بالتالي فإنّ X, Y مستقلان.

التمرين الثاني:

X,Y متغيران عشوائيان مستمران بدالة كثافة احتمالية مشتركة

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{12}{49}(2+x+xy+4y^2) & ; 0 \le x \le 1 \\ & 0 \le y \le 1 \\ 0 & ; \text{خلاف ذلك} \end{cases}$$

هل $f_X(x)$ ، $f_Y(y)$ مستقلان؟

الحل:

$$f_X(x) = \int_0^1 f_{X,Y}(x,y)\,dy = \text{بعد الحساب} \begin{cases} \frac{18x}{49} + \frac{40}{49} & ; 0 \le x \le 1 \\ 0 & ; \text{خلاف ذلك} \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \int_0^1 f_{X,Y}(x,y)\,dx = \begin{cases} \frac{48y^2+6y+30}{49} & ; 0 \le y \le 1 \\ 0 & ; \text{خلاف ذلك} \end{cases}$$

$$f_{X,Y}(x,y) \neq f_X(x)\, f_Y(y)$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

التمرين الثالث:

X, Y متغيران عشوائيان بدالة توزيع احتمالية مشتركة:

$$f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases}1/9 & ; x=-4,\ y=-2\\ 2/9 & ; x=5,\ y=-2\\ 3/9 & ; x=9,\ y=-2\\ 2/9 & ; x=9,\ y=0\\ 1/9 & ; x=9,\ y=4\\ 0 & ; \text{خلاف ذلك}\end{cases}$$

- أوجد $P(Y=4/X=9)$

الحل:

$$P(Y=4/X=9)=\frac{P(Y=4,X=9)}{f_X(X=9)}=\frac{\frac{1}{9}}{\frac{3}{9}+\frac{2}{9}+\frac{1}{9}}=\frac{1}{6}$$

- أوجد $P(X=9/Y=-2)$

الحل:

$$P(X=9/Y=-2)=\frac{P(X=9,Y=-2)}{f_Y(X=-2)}=\frac{\frac{3}{9}}{\frac{1}{9}+\frac{2}{9}+\frac{3}{9}}=\frac{1}{2}$$

التمرين الرابع:

ليكن X, Y متغيران عشوائيان مستمران بدالة كثافة احتمالية مشتركة:

$$f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases}2x^2y+Cy^5 & ; 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1\\ 0 & ; \text{خلاف ذلك}\end{cases}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

أوجد $f_{Y/X}(y/x)$

أولاً:

$$f_X(x) = \int_0^1 (2x^2y + cy^5)\,dy = \left[x^2y^2 + \frac{cy^6}{6}\right] = x^2 + \frac{c}{6}$$

$$f_{Y/X}(y/x) = \frac{f_{Y/X}(y,x)}{f_X(x)} = \begin{cases} \dfrac{2x^2y + cy^2}{x + \frac{c}{6}} & ; \ 0 \le x \le 1 \\ & 0 < y \le 1 \\ 0 & ; \text{خلاف ذلك} \end{cases}$$

× هل تحقق العلاقة: $f_{X,Y}(x,y) = f_X(x) \cdot f_Y(y)$

(أي هل هما مستقلان)

أولاً:

$$f_Y(y) = \begin{cases} \int_0^1 (2x^2y + cy^5)\,dx = \left[\frac{2x^3}{3}y + cy^5x\right]_0^1 \\ = \frac{2}{3}y + cy^2 & ; \ 0 \le y \le 1 \\ 0 & ; \text{خلاف ذلك} \end{cases}$$

نلاحظ أن $f_{X,Y}(x,y) \neq f_X(x) \cdot f_Y(y)$

⇐ غير مستقلان.

× أوجد c إذا علمت أن هي دالة كثافة احتمالية مشتركة

$$\int_0^1 \int_0^1 f_{X,Y}(x,y)\,dx\,dy = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{c = 4}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

التمرين الخامس :

ليكن لدينا :

$$f(x=x, y=y) = \begin{cases} \frac{1}{8} & ; \ x=3,5 \\ & * \ y=1,2,4,7 \\ 0 & ; \text{خلاف ذلك} \end{cases}$$

أوجد $f_{Y/X}(y/x)$

الحل :

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{4}{8} & ; \ x=3 \\ \frac{4}{8} & ; \ x=5 \\ 0 & ; \text{خلاف ذلك} \end{cases}$$

$$f_{Y/X=3}(y/x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & ; \ y=1,2,4,7 \\ 0 & ; \text{خلاف ذلك} \end{cases}$$

$$f_{Y/X=5}(y/x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & ; \ y=1,2,4,7 \\ 0 & ; \text{خلاف ذلك} \end{cases}$$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة