



كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الثانية

المادة : برمجة رياضية

المحاضرة : الثامنة / نظري

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z : Facebook Group

2026

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960



يمكن التعبير عن متتالية محدودة أو مجموعة محدودة من متتالية غير محدودة باستخدام التعليمة :

$$Table[expression, \{x, min, max\}]$$

$$Table[expression, \{x, min, max, d\}]$$

مثال : متتالية الأعداد الفردية المحصورة بين 0 و 50

$$Table[2n + 1, \{n, 0, 24\}]$$

$$\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49\}$$

حيث $2n + 1$ هو الحد العام للمتتالية .

أو :

$$Table[n, \{n, 1, 47, 2\}]$$

مثال : اكتب متتالية تعبر عن مربعات الأعداد من 1 حتى 10 .

$$Table[n^2, \{n, 1, 10\}]$$

$$\{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100\}$$

المتتالية المتقاربة والمتتالية المتباعدة :

نقول عن المتتالية a_n أنها متقاربة إذا كان حدها العام يسعى إلى عدد حقيقي (عندما $n \rightarrow \infty$)

نقول عن المتتالية a_n أنها متباعدة إذا كان حدها العام يسعى إلى ∞ (عندما $n \rightarrow \infty$)

من أجل اختبار تقارب وتباعد متتالية في برنامج الماثيماتكا نستخدم :

$$Limit[a_n, n \rightarrow Infinity]$$

مثال : فيما يلي الحد العام لعدد من المتتاليات العددية ، حدد كل متتالية إن كانت متقاربة أو متباعدة.

$$a_n = \frac{1}{n} : (1$$

$$Limit[1/n, n \rightarrow Infinity]$$

0

أي أن المتتالية متقاربة من الصفر

$$a_n = (1 + \frac{1}{n})^n : (2)$$

$$\text{Limit}[(1 + 1/n)^n, n \rightarrow \text{Infinity}]$$

$$e$$

أي أن المتتالية متقاربة من e .

$$a_n = 1 - (\frac{n}{4})^5 : (3)$$

$$\text{Limit}[1 - (n/4)^5, n \rightarrow \text{Infinity}]$$

$$-\infty$$

أي أن المتتالية متباعدة إلى $-\infty$.

المتتاليات المحدودة وغير المحدودة :

نقول عن المتتالية a_n أنها محدودة إذا وجد عدد حقيقي M بحيث $|a_n| < M$ أي $-M < a_n < M$ وتكون المتتالية محدودة من الأعلى إذا انتمت حدودها إلى المجال $]-\infty, M[$ ومن الأسفل إذا انتمت حدودها إلى المجال $]M, \infty[$

- المتتالية المتقاربة لها نهاية وحيدة .
- كل متتالية متقاربة هي متتالية محدودة .
- المتتالية المحدودة ليس بالضرورة متقاربة .
- إذا كانت المتتالية متباعدة فهي غير محدودة .

مثال : حدد المتتالية المحدودة والمتقاربة من غير المحدودة والمتباعدة .

$$a_n = \frac{n}{n+1} (1)$$

$$\text{Limit}[n/(n + 1), n \rightarrow \text{Infinity}]$$

$$1$$

أي أن المتتالية متقاربة و محدودة .

$$a_n = -n (2)$$

$$\text{Limit}[-n, n \rightarrow \text{Infinity}]$$

$$-\infty$$

أي المتتالية متباعدة وغير محدودة .

$$a_n = (-1)^n \quad (3)$$

$$\text{Limit}[(-1)^n, n \rightarrow \text{Infinity}]$$

$$e^{2i\text{Interval}[\{0,\pi\}]}$$

النهاية إما +1 أو -1 وبالتالي المتتالية محدودة ومتباعدة .

$$a_n = (-1)^n n \quad (4)$$

$$\text{Limit}[(-1)^n * n, n \rightarrow \text{Infinity}]$$

$$e^{2i\text{Interval}[\{0,\pi\}]\infty}$$

النهاية إما $+\infty$ أو $-\infty$ وبالتالي المتتالية غير محدودة ومتباعدة .

المتسلسلات :

$$\sum_{n=\min}^{\max} a_n \leftrightarrow \text{Sum}[a_n, \{n, \min, \max\}]$$

$$\text{Sum}[a_n, \{n, \min, \max, d\}]$$

مثال : أوجد مجموع مربعات الأعداد من 1 وحتى 10 .

$$\text{Sum}[i^2, \{i, 10\}]$$

$$385$$

مجموع مربعات الـ n حدود الأولى :

$$\text{Sum}[i^2, \{i, n\}]$$

$$\frac{1}{6}n(1+n)(1+2n)$$

المتسلسلات المتقاربة والمتباعدة :

نعلم أنه توجد عدة اختبارات (دالامبير ، كوشي ، راب ...) لتحديد تقارب وتباعد المتسلسلة ، و في برنامج الماثيماتكا إذا كانت المتسلسلة متقاربة فإن البرنامج سيعطينا مجموعها أما إذا كانت متباعدة فستظهر الرسالة التالية :

Sum::div: Sum does not converge. >>

الرسالة تبين أن المجموع غير متقارب أي المتسلسلة متباعدة .

مثال :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \quad (1)$$

Sum[1/n, {n, 1, Infinity}]

أي المتسلسلة متباعدة

Sum::div: Sum does not converge. >>

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \quad (2)$$

Sum[1/n^2, {n, 1, Infinity}]

$$\frac{\pi^2}{6}$$

أي متقاربة ومجموعها $\frac{\pi^2}{6}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \quad (3)$$

Sum[n, {n, 1, Infinity}]

Sum::div: Sum does not converge. >>

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2(n+1)^2} \quad (4)$$

Sum[1/(2(n+1)^2), {n, 1, Infinity}]

$$\frac{1}{2} \left(-1 + \frac{\pi^2}{6} \right)$$

نشر الدوال في متسلسلة تايلور :

إذا كان التابع مستمر وقابل للاشتقاق أكثر من مرة في جوار نقطة x_0 فإنه يمكن تمثيل هذا التابع بسلسلة تايلور كما يلي :

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - x_0)^n = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!} (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} (x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x - x_0)^n + \dots$$

وتدعى متسلسلة تايلور (وهي منشور التابع في جوار x_0) .

وعندما $x_0 = 0$ يسمى منشور ماك لوران ويكتب بالشكل :

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = f(0) + \frac{f'(0)}{1!} x + \frac{f''(0)}{2!} x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n + \dots$$

لإيجاد منشور تايلور لتابع في برنامج الماثيماتكا نستخدم التعليمة :

$$\text{Series}[f, \{x, x_0, n\}]$$

حيث n تعني الحدود $n+1$ الأولى التي نرغب بإظهارها من منشور تايلور وتدخل الحدود المدومة (0) ضمن هذه الحدود التي عددها $n+1$ وبالتالي يمكن اعتبار n أكبر درجة نرغب بإظهارها للمتحول x .

أمثلة :

$$f(x), x_0 = a, n = n \quad (1)$$

$$\text{Series}[f[x], \{x, a, n\}]$$

تظهر رسالة خطأ تفيد أن البرنامج لا يتمكن من إظهار النتيجة لأن n غير محدود .

$$f(x), x_0 = a, n = 5 \quad (2)$$

$$\text{Series}[f[x], \{x, a, 5\}]$$

$$f[a] + f'[a](x - a) + \frac{1}{2} f''[a](x - a)^2 + \frac{1}{6} f^{(3)}[a](x - a)^3 + \frac{1}{24} f^{(4)}[a](x - a)^4 + \frac{1}{120} f^{(5)}[a](x - a)^5 + O[x - a]^6$$

$$\text{Cos}(x), x_0 = 3, n = 6 \quad (3)$$

$$\text{Series}[\text{Cos}[x], \{x, 3, 6\}]$$

$$\begin{aligned} & \text{Cos}[3] - \text{Sin}[3](x - 3) - \frac{1}{2} \text{Cos}[3](x - 3)^2 + \frac{1}{6} \text{Sin}[3](x - 3)^3 \\ & + \frac{1}{24} \text{Cos}[3](x - 3)^4 - \frac{1}{120} \text{Sin}[3](x - 3)^5 \\ & - \frac{1}{720} \text{Cos}[3](x - 3)^6 + O[x - 3]^7 \end{aligned}$$

$$e^x, n = 10 \quad (4)$$

Series[Exp[x], {x, 0, 10}]

$$1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{120} + \frac{x^6}{720} + \frac{x^7}{5040} + \frac{x^8}{40320} + \frac{x^9}{362880} + \frac{x^{10}}{3628800} + O[x]^{11}$$

$\cos(x)$, $n = 10$ (5)

Series[Cos[x], {x, 0, 10}]

$$1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \frac{x^6}{720} + \frac{x^8}{40320} - \frac{x^{10}}{3628800} + O[x]^{11}$$

$\ln(x)$, $n = 10$ (6)

Series[Log[x], {x, 0, 10}]

$$\log[x] + O[x]^{11}$$

نلاحظ أنه لا يظهر جواب وذلك لأن $\log[0]$ غير موجود .

إيجاد معامل ما من منشور تايلور :

لإيجاد المعامل ذي الترتيب n من منشور تايلور نستخدم التعليمة :

SeriesCoefficient[f, {x, x0, n}]

مثال : أوجد معامل الحد 0 والحد 2 من منشور ماك لوران للتابع $\cos(x)$

SeriesCoefficient[Cos[x], {x, 0, 0}]

$$1$$

SeriesCoefficient[Cos[x], {x, 0, 2}]

$$-\frac{1}{2}$$



مكتبة
A to Z