كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : تحليل رياضي٣

المحاضرة : الثامنة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

التمرين الأول: ادرس منطقة التقارب

① $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^5}$

الحالة: نجد دراسة تقارب الحد العام

نطبق دالمبير (باعتبار x ثابت)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{U_{n+1}}{U_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)^5} \cdot \frac{n^5}{x^n} = \frac{x^n \cdot x \cdot n^5}{x^n (n+1)^5} = |x|$$

متقاربة عندما $|x|<1$ $\Leftarrow$ متقاربة على المنطقة

$]-1,1[$

عندما $x=1$ $\Leftarrow$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1^n}{n^5} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5}$$

$5>1$ المتسلسلة متقاربة حسب ريمان

عندما $x=-1$ $\Leftarrow$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^5}$$

حسب ليبنز

$$U_n = \frac{1}{n^5} \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$$

$$U_{n+1} = \frac{1}{(n+1)^5} < U_n$$

متقاربة

ومنه المتسلسلة المعطاة متقاربة من $[-1,1]$

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

(2) $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^4}+\frac{1}{x^6}+\dots+\frac{1}{x^{2n}}$

متسلسلة هندسية أساسها $q=\frac{1}{x^2}$ وهي متقاربة عندما

$|q|<1 \Rightarrow \left|\frac{1}{x^2}\right|<1 \Rightarrow |x^2|>1 \Rightarrow |x|>1$

$\Rightarrow$ المتسلسلة متقاربة على المجال $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$

(3) $1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\dots+\frac{x^{n-1}}{(n-1)!}$

حسب اختبار دالمبير باعتبار x ثابت

$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{U_{n+1}}{U_n}\right|=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{x^{n+1}}{(n+1)!}\cdot\frac{n!}{x^n}\right|=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{x^n}{n+1}\right|=0<1$

متقاربة عندما كل $x\in\mathbb{R}$

تمرين: ادرس التقارب بانتظام للسلسلة العددية

$x+x(x-1)+x^2(x-1)+\dots+x^n(x-1)+\dots$

على المجال $[0,1[$

نوجد متتالية المجاميع الجزئية النونية

$S_n=x+x(x-1)+x^2(x-1)+\dots+x^n(x-1)$

$=x-x+x^{n+1}=x^{n+1}$

$S(x)=\lim_{n\to\infty}S_n(x)=\lim_{n\to\infty}x^{n+1}=0$

$|S_n(x)-S(x)|<\varepsilon \Rightarrow |x^n-0|<\varepsilon \Rightarrow x^{n+1}<\varepsilon$

بأخذ اللوغاريتم

$(n+1)\ln(x)<\ln(\varepsilon) \Rightarrow n+1<\frac{\ln\varepsilon}{\ln x} \Rightarrow n>\frac{\ln\varepsilon}{\ln x}-1$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

المسألة غير متوافقة مع النظام الأساسي للشركة

مع خالص تحياتي

أنت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة