كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثانية**

المادة : كهرباء ومغناطيسية١

المحاضرة : الثامنة /نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

~ حقل التحريض المغناطيسي في الخلاء

Magnetic Field in Vaccum

المقدمة: Introduction

- من المعلوم أنّ المغناطيس هو قطعة معدنية والتي تتصف بخاصية جذب القطع الحديدية والتأثير على الابرة المغناطيسية، ولهذه المغانط أشكال مختلفة فمنها ما هو على شكل قضيب أو على شكل حرف U. من أهم الفلزات المعدنية التي تتصف بهذه الخاصية هي أوكسيد الحديد المغناطيسي (" Fe_3O_4 ") المعروف بالحجر المغناطيسي.
- تميز في المغناطيس مهما كان شكله قطبين قطب شمالي North وقطب جنوبي South ورمز للقطب الشمالي بـ N والقطب الجنوبي بـ S وظلاً لرمز مقتصراً على هذا الكم من المعلومات عن المغناطيس وصول هذه الظاهرة إلى أن الكشف العالم أورستيد (1770 - 1815) م تأثير الحقل المغناطيسي على الابرة المغناطيسية وبعد هذا باثني عشر عاماً بيّن العالم فاراداي أنّ المغناطيس يولد تفاعل أي تياراً كهربائياً لدى تقريبه أو ابعاده من دارة مغلقة.
- وبعد فترة زمنية قصيرة تمّ تطوير العديد من العلاقات الرياضية التي تحكم بين التيار الكهربائي والحقل المغناطيسي. وكان من أبرز العاملين في هذا المجال بيو - سافار - أمبير لما ساهم في تطوير واستنباط الخواص المميزة لهذه العلاقة العالم ماكسويل الذي قام بتطوير النظرية الكلاسيكية الكهرطيسية.

الخواص الأساسية للمغانط:

The Fundamental properties of Magnetics

• لجميع المغانط خواص أساسية موحدة وهي:

1- كل مغناطيس قطبان مختلفان شمالي N وقطب جنوبي S.

2- القطبان المغناطيسيان المتماثلان يتنافران والمختلفان يتجاذبان.

3- إذا علق مغناطيس من مركز ثقله تعليقاً حراً، فإنه يأخذ اتجاهاً مرياً من اتجاه الشمال حيث فرض هيلبرت في القرن السادس عشر أن الكرة الأرضية عبارة عن مغناطيس ضخم والقطب الذي يشير إلى الشمال جغرافياً دائماً، وقد اصطلح على تسميته بالقطب الشمالي أما القطب الآخر فيسمى القطب الجنوبي.

4- لا يمكن فصل القطب الشمالي لمغناطيس عن قطبه الجنوبي وهذا فرق أساسي بين ثنائي القطب الكهربائي والمغناطيسي.

5- يتولد في الفضاء المحيط بالمغناطيس أو المحيط بداية تيار كهربائي حقل تحريض مغناطيسي كما يتولد في الفضاء المحيط بشحنة كهربائية حقل كهربائي، حقل التحريض المغناطيسي هو حقل شعاعي ونرمز له بالرمز $\vec{B}$ ويمكن تمثيله بيان خطوط الحقل $\vec{B}$.

• وقد اصطلح على اعتبار القطب الشمالي موجب والجنوبي سالباً وعلى هذا تغادر خطوط الحقل القطب الشمالي للمغناطيس وتعود إلى قطبه الجنوبي.

حقل التحريض المغناطيسي والحقل المغناطيسي:

Introduction and The Magnetic Field:

• إن التأثير المتبادل بين التيارات الكهربائية يتم وفق ما سمي بحقل التحريض المغناطيسي وهذا الحقل المكتشف أو سيتم عندما نضع إبرة مغناطيسية بجانب ناقل يمر فيه تيار كهربائي

وبين أنّ هذه الإبرة تتأثر بالحقل الناتج. إذ يمكن القول بأن حقل التحريض المغناطيسي ينتج عن شحنات متحركة أو تيارات كهربائية وتتغير جهة الإبرة المغناطيسية حسب اتجاه التيار، وبالتالي يمكن القول بأنّ حقل التحريض المغناطيسي $\vec{B}$ خاصة متجهة وخطوط هذا الحقل تعين ماسيات التحريض المغناطيسي $\vec{B}$. فحقل التحريض المغناطيسي يختلف عن الحقل الكهربائي باعتبار أنّ حقل التحريض المغناطيسي لا يؤثر في الشحنة الكهربائية الساكنة، إذاً القوة المغناطيسية تنشأ فقط عندما تتحرك هذه الشحنة.

بالإضافة إلى حقل التحريض المغناطيسي $\vec{B}$ سوف ندخل مفهوم الحقل المغناطيسي ونرمز له بالرمز $\vec{H}$ والعلاقة بينهما في الخلاء هي:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} \qquad (1-9)$$

وسوف نستخرج واحدات القياس لهذه المقادير لاحقاً.

حقل الشحنات المتحركة في الخلاء:

The charges Field in Vaccum:

• يمكن اعتبار الخلاء بشكل عام وسطاً متجانساً عندما يكون لدينا شحنات كهربائية ساكنة، أما عندما تتحرك هذه الشحنات الكهربائية بسرعة ولتكن $\vec{V}$ ينشأ لدينا اتجاه معين لحركة هذه الشحنات. لندرس حقل التحريض المغناطيسي الناتج عن حركة شحنة نقطية ولتكن q في نقطة P وتتحرك هذه الشحنة بسرعة $\vec{V}$ كما في الشكل (9-1)

• إذن حقل التحريض المغناطيسي $\vec{B}$ في النقطة p المدروسة وفي اللحظة اللزمنية t يتعين بتابعية المقادير التالية:

$$\vec{B}(p,t) = F(q, \vec{v}, \vec{r}(t)) \quad (2-9)$$

يجب الأخذ بعين الاعتبار أنه إذا كان $\vec{v}=0$ لا يوجد حقل تحريض مغناطيسي وإذا أمكن إيجاد قيمة متجه التحريض $\vec{B}$ يربط هذه المتجهات بعضها لبعض وإذا ضربنا المتجهين $\vec{v}$ و $\vec{r}$ بعضهما شعاعياً والناتج ضربناه بالقيمة السلمية q نحصل على العلاقة التالية:

$$q(\vec{v} \times \vec{r}) \quad (3-9)$$

ويمكن الملاحظة من هذه العلاقة أنه بزيادة المقدار r نجد زيادة في هذه العلاقة. وهذا لا يحقق شروط الحقل لأننا كما نعلم أن الحقل سواءً كان كهربائياً أم حقل الجاذبية الأرضية يتناسب عكساً مع مربع البعد أي أن الحقل يتناقص كلما ابتعدنا عن المنبع.

• لذلك نفرض أن حقل التحريض المغناطيسي الناتج عن حركة تغير $\vec{r}$ كما هو الحال في بقية الحقول أي يتناسب عكساً مع r^2 في هذه الحالة نقسم العلاقة (3-9) على r^3 فنجد أن:

$$\frac{q(\vec{v} \times \vec{r})}{r^3} \quad (4-9)$$

وهذه العلاقة إذا ضربناها بمعامل تناسب كما هو الحال في الحقول الكهربائية وليكن K حصلنا على علاقة مشابهة للعلاقات الناتجة من أجل الحقول الكهربائية والجاذبية أي أن:

$$\vec{B} = K \cdot \frac{q(\vec{v} \times \vec{r})}{r^3} \quad (5-9)$$

حيث $K = \frac{\mu_0}{4\pi}$ وبالتالي تصبح العلاقة (5-9) كما يأتي:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q(\vec{v} \times \vec{r})}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q(\vec{v} \times \vec{u})}{r^2} \quad 6-9$$

حيث $\vec{u} = \frac{\vec{r}}{r}$ شعاع الواحدة بطول $\vec{r}$.

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{Henry}{m}$ ثابت النفاذية المغناطيسية في الخلاء.

والصيغة العددية للحقل هي:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q.v.\sin\theta}{r^2} \quad (7-9)$$

حيث θ هي الزاوية المحصورة بين شعاع السرعة $\vec{V}$ وشعاع $\vec{r}$.

أما الصيغة العددية لشدة الحقل المغناطيسي H فتحسب من العلاقة (7-9):

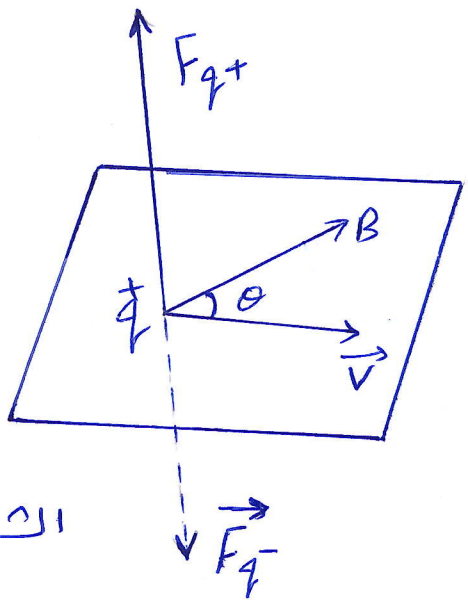
$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{q.v.\sin\theta}{4\pi.r^2} \quad (8-9)$$

القوة المغناطيسية: The Magnetic Force

كما عرفنا القوة الكهربائية $\vec{F_e}$ بدلالة الحقل الكهربائي $\vec{E}$ على شحنة اختبارية يفترض وجودها في هذا الحقل، سوف نعرف القوة المغناطيسية المؤثرة على شحنة اختبارية متحركة والموجودة في حقل تحريض مغناطيسي $\vec{B}$.

إذا فرضنا أن الشحنة الاختبارية q لجسيم متحركة بسرعة $\vec{V}$ وتصنع زاوية قياسها θ مع اتجاه الحقل المغناطيسي كما هو مبين في الشكل (2-9) فإن القوة المغناطيسية المؤثرة على هذه الشحنة تعطى بالعلاقة:

$$\vec{F} = q(\vec{V} \times \vec{B})$$



الشكل (2-9)

حيث يمثل المتجه $\vec{V}\times\vec{B}$ ناتج الضرب المتجه بين $\vec{V}$ و $\vec{B}$.

وتعطى القيمة العددية للقوة المغناطيسية كما يأتي:

$$F = q.V.B.\sin\theta \quad (10-9)$$

من العلاقة (9-10) نلاحظ أن القوة المغناطيسية تنعدم بانعدام السرعة وتأخذ قيمتها العظمى عندما يتعامد الحقل $\vec{B}$ مع اتجاه حركة أي أن حقل التحريض المغناطيسي وبالتالي القوة المغناطيسية تتولد فقط بوجود شحنة متحركة. إذن من العلاقة (9-10) لدينا:

$$B = \frac{F}{q.V.\sin\theta}$$

من هذه العلاقة نلاحظ أن واحدة حقل التحريض المغناطيسي هي في جملة (SI):

$$[B] = \frac{N.Sec}{Coul.m} = Tesla$$

ونعرف التسلا بأنه حقل التحريض المغناطيسي الذي يولد قوة مقدارها نيوتن واحد إذا طبق على شحنة مقدارها كولون واحد، وتتحرك بشكل عمودي على الحقل وبسرعة قدرها متر في الثانية. تستخدم في الجملة (CGS) واحدة تسمى غاوص

$1\ Testa = 10^4\ Gauss$ حيث G ويرمز له اختصاراً بـ Gauss

- لتعيين جهة القوة $\vec{F}$ فإننا نضع الأصابع الأربع لليد اليمنى بالاتجاه الذي يشير إلى تدوير المتجه $\vec{V}$ نحو المتجه $\vec{B}$ فيظهر اتجاه الإبهام على اتجاه القوة $\vec{F}$ كما هو مبين في الشكل (9-2) أي كما هو الحال بقاعدة اليد اليمنى لتعيين اتجاه الحقل $\vec{B}$. وكذلك يمكن تطبيق نفس القاعدة على الشحنات السالبة مع الانتباه إلى أنه في هذه الحالة يجب علينا عكس اتجاه القوة المغناطيسية كما في الشكل (9-2)

• لنبين الآن واحدة شدة الحقل المغناطيسي H.

لدينا حسب تعريف H من العلاقة (9-8):

$$H = \frac{q.V.\sin\theta}{4\pi r^2} \Rightarrow [H] = \frac{A.S.m/S}{m^2} = \frac{A}{m}$$

كما يوجد واحدة قياس لشدة الحقل المغناطيسي تدعى أورستيد ونرمز لها بالرمز O_e وقيمتها كما يلي:

$$1\,O_e = \frac{1000}{4\pi}\ \frac{A}{m}$$

من خلال ما تقدم نستنتج أنه عندما يتحرك جسم مشحون بشحنة q في منطقة حيث يتواجد حقلان كهربائي $\vec{E}$ ومغناطيسي $\vec{B}$ فإن القوة المكافئة تساوي مجموع القوتين الكهربائية $\vec{F_e}$ والمغناطيسية $\vec{F_m}$ أي أن:

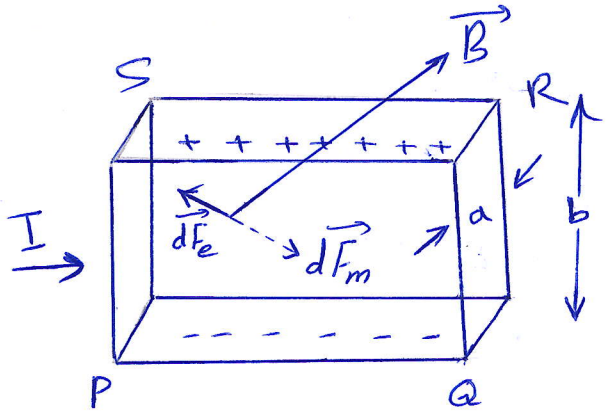
$$\vec{F} = \vec{F_e} + \vec{F_m} = q\vec{E} + q(\vec{V}\times\vec{B}) = q(\vec{E} + \vec{V}\times\vec{B}) \quad (10-9)$$

تدعى هذه القوة بقوة لورانز. نلاحظ أنه عندما تتقدم السرعة فإن قوة لورنتز تؤول إلى القوة الكهربائية $\vec{F_e}$.

٨ مفعول هول Hall Effect

• لقد وجد هول أنه عند وضع ناقل يمر فيه تيار كهربائي في حقل كهربائي مغناطيسي كيفي يقاطع اتجاهها الحقل، وسرعة إلكترونات في الناقل، ينشأ فرق كمون بين سطحي الناقل سميناه كمون هول نسبة إلى العالم هول. ويكون الحقل الكهربائي الناتج عمودياً على كل من الحقل المغناطيسي والتيار المار في الناقل ولتفسير هذه الظاهرة نأخذ صفيحة معدنية على شكل متوازي مستطيلات. نمرر فيها تياراً كهربائياً شدته I وكثافته $\vec{J}$. لنضع هذه الصفيحة المشحونة في حقل كهربائي مغناطيسي $\vec{B}$ عمودياً على مستواها كما في الشكل (9-7).

نعتبر أبعاد سطح الصفيحة b و a كما في الشكل.



الشكل (7-9)

• الإلكترونات المتحركة الناتجة عن التيار ستخضع لقوة مغناطيسية نرمز لها بالرمز $\overrightarrow{dF_m}$. فإذا رمزنا بـ n لعدد الإلكترونات في واحدة الحجم dV وبـ |q| القيمة المطلقة لشحنة الإلكترون. كانت كمية الشحنات المتحركة في عنصر الحجم dV هي $nq\,dV$ وتخضع هذه الكمية للقوة:

$$\overrightarrow{dF_m} = nq(\vec{V}\times\vec{B})\,dV = \vec{j}\times\vec{B}\,dV$$

حيث $\vec{j} = nq\vec{V}$ كثافة التيار الكهربائي، هذه القوة موجودة في مستوى الصفيحة عمودية على صفحة التيار والتي تجبر الإلكترونات باتجاهها، فتتجمع على الضلع PQ وتولد عن ذلك في الضلع المقابل SR شحنات موجبة تساوي بالقيمة المطلقة. فيظهر من جراء ذلك وضمن الصفيحة حقل كهربائي $\vec{E}$ تسلط على الإلكترونات قوة كولون قيمتها في عنصر الحجم dV هي:

$$\overrightarrow{dF_e} = -nq\cdot\vec{E}\cdot dV$$

وهذه القوة تعاكس القوة $\overrightarrow{dF_m}$ فيحدث بعد زمن قصير توازن بين هاتين القوتين أي أن:

$$\overrightarrow{dF_e} + \overrightarrow{dF_m} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{dF_m} = -\overrightarrow{dF_e}$$

$$\Rightarrow \vec{j} \times \vec{B}\, dV = -nq\vec{E}.dV \Rightarrow \vec{E} = -\frac{1}{nq}(\vec{j}\times\vec{B})$$

ثم نعوض في العلاقة (9-19) فنحصل على الشكل التالي:

$$\vec{E} = -K(\vec{j}\times\vec{B})$$

حيث $K = \frac{1}{nq}$ ثابتة هول.

ولدينا $j = \frac{I}{S}$ حيث $S = a.b$.

ويظهر بعد ذلك تحوت بين الطرفين S و P. نطلق عليه تحوت هول حيث:

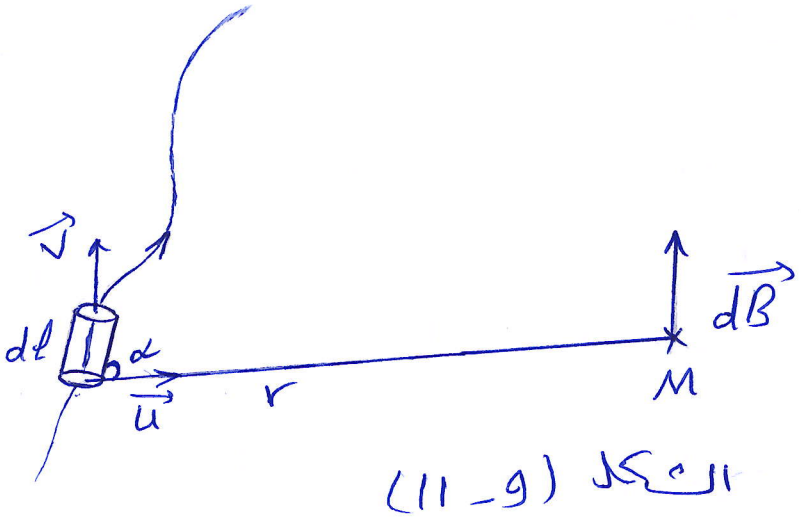
$$V_H = V_S - V_P = E.b = -K.b.j.B = -K.b.\frac{I}{a.b}.B =$$

$$\Rightarrow V_H = -K\frac{I.B}{a}$$

ثم هذه الظاهرة تعرف بظاهرة هول و $K = \frac{1}{nq}$ ثابتة هول.

Bio-Savart Low : قانون بيو-سافار

• ليكن لدينا ناقل اختياري تمر فيه تيار شدته I كما في الشكل (9-11).



الشكل (9-11)

• ولنأخذ عنصراً اختيارياً من هذا الناقل وليكن dl.

• هذا العنصر dl يحوي nSdl من حاملات الشحنة الكهربائية حيث n عدد هذه

• حامل التيار يولد حقل تحريض مغناطيس شدته الوسطية تعطى بالعلاقة:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q(\vec{V} \times \vec{r})}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q(\vec{V} \times \vec{u})}{r^2} \quad (35-9)$$

حيث $\vec{u}$ شعاع الواحدة على الطول r.

• إذا ضربنا (35-9) بعدد حاملات الشحنة الموجودة في الحجم $dl.S$ أي $n\,s\,dl$ نحصل على حقل التحريض المغناطيسي $\vec{B}$ الناتج عن العنصر dl والذي يسطع سطحه S أي أن:

$$d\vec{B} = \vec{B}.n.s.dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q(\vec{V} \times \vec{r})}{r^3} n.s.dl \quad (36-9)$$

• وبأخذ بعين الاعتبار أن كثافة التيار $\vec{j} = nq.\vec{V}$ والتعويض في (36-9) نجد:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{s(\vec{j} \times \vec{r})}{r^3} \cdot dl \quad (37-9)$$

• وإذا أخذنا اتجاه $d\vec{l}$ حسب محور الناقل الذي يمر فيه التيار، وبما أن اتجاه التيار وبما أن $\vec{j}$ و $d\vec{l}$ متطابقان بالاتجاه. إذاً $\vec{j}.d\vec{l} = j\,dl$ وبالتعويض في (37-9) نجد:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot s.j \frac{(d\vec{l} \times \vec{r})}{r^3} \quad (38-9)$$

إذا اعتبرنا أن $I = j.S$ نحصل بالتعويض في العلاقة (38-9):

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I.d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I.\frac{d\vec{l} \times \vec{u}}{r^2} \quad (39-9)$$

• وحسب شدته العددية بالعلاقة:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I.dl.r.\sin\alpha}{r^3}$$

$$\Rightarrow dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I.dl\sin\alpha}{r^2} \quad (40-9)$$

وهو قانون بيو-سافار الناتج عن إطول العنصري لناقل الاختياري.

أما الحقل الكلي الناتج عن الناقل بأكمله فيمكننا حسابه بالعلاقة (39-9) كما يلي:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I.\vec{dl}\times\vec{r}}{r^3} \quad (41-9)$$

بالنسبة الآن إلى الحقل الناتج عن العنصر الحجمي من الناقل $S.dl$ بالعلاقة (39-9) كما يلي:

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{j.S.\vec{dl}\times\vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{\vec{j}.\vec{dV}\times\vec{r}}{r^3}$$

أما الصيغة العددية الناتجة عن العنصر الحجمي للناقل فهي:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{j.dV.\sin\theta}{r^2} \quad (42-9)$$

وصيغة الحقل الناتج عن الجسم الكلي للناقل نحصل عليها بمكاملة العلاقة (42-9) على كامل الجسم V كما يأتي:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint \frac{\vec{j}\times\vec{dV}}{r^2} \quad (43-9)$$

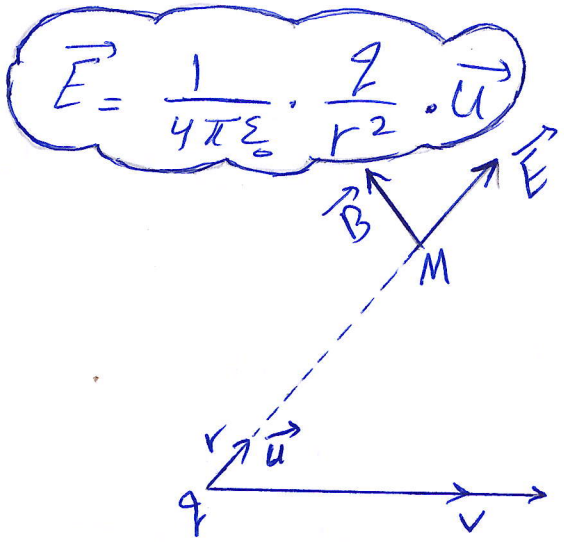
أي كل من العلاقات (39-9) و (41-9) و (43-9) تمثل قانون بيو-سافار والذي يدل على أن حقل التحريض المغناطيسي dB المتولد عن عنصر التيار $I.dl$ في نقطة ما ولتكن M من الفراغ هو عبارة عن شعاع عمودي على المستوي المعين بـ dl و r وجهته حسب قاعدة اليد اليسرى باتجاه التيار إلى النقطة M. وصيغته العددية تعطى بإحدى العلاقتين (40-9) أو (42-9).

~ الحقل الكهربائي وحقل التحريض المغناطيسي المتولدان عن شحنة تتحرك بسرعة خطية منتظمة:

• لتكن لدينا الشحنة الكهربائية q المبينة في الشكل (9-12) ولنحسب الحقل الكهربائي المتولد عن هذه الشحنة في النقطة M التي تبعد مسافة قدرها r.

إن هذا الحقل يعطى بالعلاقة:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \vec{u}$$



الشكل (9-12)

حيث $\vec{u}$ هو شعاع الواحدة المحمول على r.

• ولنحسب الحقل $\vec{B}$ المتولد عن هذه الشحنة وفق قانون بيو-سافار كما يأتي:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{\ell} \times \vec{u}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} \cdot \frac{dq}{dt} \cdot d\vec{\ell} \times \vec{u}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi r^2} \cdot dq(\vec{v} \times \vec{u})$$

• إذن الحقل $\vec{B}$ المتولد عن الشحنة q التي تتحرك بسرعة خطية منتظمة هو:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \vec{v} \times \vec{u}$$

يمكن كتابة هذه العلاقة بالشكل:

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \vec{v} \times \vec{u}$$

أو

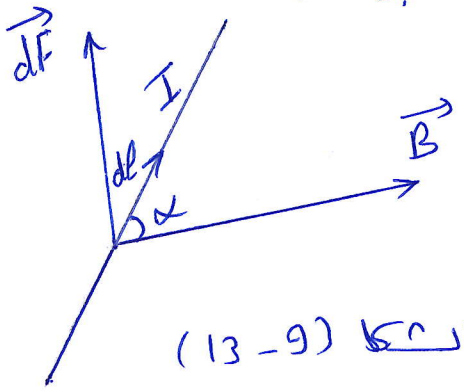
$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{v} \times \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \vec{u} \right)$$

آي أن $\vec{B} = \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{V} \times \vec{E}$

نستنتج من هذه العلاقة أن الشحنة الكهربائية q التي تسير بسرعة خطية $\vec{V}$ متعامدة تولد حقلين كهربائي $\vec{E}$ ومغناطيسي $\vec{B}$ متعامدين، وأن كل $\vec{B}$ عمودي على منحى انتشار الشحنة q.

قانون لابلاس (أو قوة لابلاس): Laplace's Law

• لتكن لدينا دارة كهربائية يمر فيها تيار شدته I كما في الشكل (13-9) ولنطبق حقل تحريض مغناطيسي $\vec{B}$ على عنصر $d\vec{\ell}$ من الدارة بحيث يصنع معه زاوية α فيخضع لقوة يمكن حسابها بتطبيق قانون لابلاس.



الشكل (13-9)

• بما أن الإلكترونات الحرة تسير داخل الناقل بسرعة حركية $\vec{V}$ فإنها تخضع لقوة:

$$d\vec{F} = dq \cdot \vec{V} \times \vec{B} = I \cdot dt \cdot \vec{V} \times \vec{B} = I \cdot d\vec{\ell} \times \vec{B}$$

وهي قوة لابلاس، منحاها عمودي على كل من $d\vec{\ell}$ و $\vec{B}$ وجهتها باتجاه إبهام اليد اليمنى باتجاه $\vec{B}$ وشدتها:

$$dF = I \cdot d\ell \cdot B \cdot \sin\alpha$$

والقوة الناتجة عن الدارة بكاملها $\vec{F} = \int d\vec{F} = \int I \cdot d\vec{\ell} \times \vec{B}$

وإذا أخذنا بعين الاعتبار أن $I = j \cdot S$ فإن:

$$d\vec{F} = j \cdot S \cdot d\vec{\ell} \times \vec{B} = \vec{j} \times \vec{B} \cdot dV$$

أما القوة الكلية الناتجة عن كامل الناقل فهي:

$$\vec{F} = V(\vec{j} \times \vec{B}) \qquad (45-9)$$

فالقيمة العددية لهذه القوة هي:

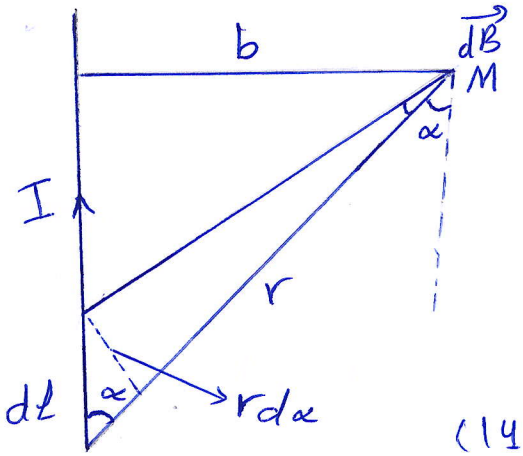
$$F = j.V.B.\sin\alpha \qquad (46-9)$$

حيث أن منحنى القوة $\vec{F}$ عمودي على كل من $\vec{B}$ و $\vec{j}$ أو $d\vec{F}$ عمودي على $d\vec{l}.\vec{B}$

تطبيقات على قانون بيو-سافار في حساب حقل التحريض المغناطيسي المتولد عن التيار الكهربائي.

حساب حقل التحريض المغناطيسي $\vec{B}$ الناتج عن سلك مستقيم طوله لانهائي:

- ليكن لدينا سلك مستقيم يمر فيه تيار شدته I ولنحسب حقل التحريض المغناطيسي $\vec{B}$ المتولد عن هذا التيار في السلك بالنسبة لنقطة وليكن M تبعد عنه مسافة قدرها b كما في الشكل (9-14).



الشكل (9-14)

- لنأخذ طولاً عنصرياً من السلك وليكن dl ونطبق قانون بيو-سافار التالي:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I.dl.\sin\alpha}{r^2} \qquad (47-9)$$

حيث α الزاوية بين r و dl.

لدينا من الشكل:

$$\sin\alpha = \frac{b}{r} \Rightarrow r = \frac{b}{\sin\alpha}$$

ومن جهة أخرى:

$$\sin\alpha = \frac{r\,d\alpha}{dl} \Rightarrow dl = \frac{r\,d\alpha}{\sin\alpha} = \frac{b\,d\alpha}{\sin^2\alpha}$$

بالتعويض في العلاقة (47-9) نجد أن:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I\,b\,d\alpha\,\sin\alpha\,\sin^2\alpha}{b^2\,\sin^2\alpha} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{b} \sin\alpha\, d\alpha$$

إذن الحقل الكلي الناتج عن السلك الذي طوله π نلاحظ تحصل عليه بمكاملة dB أي أن:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{b} \int_0^{\pi} \sin\alpha\, d\alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{b} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{b} \quad (48-9)$$

من أجل سلك طوله محدود فتصبح العلاقة (48-9) كما يلي:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{b} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin\alpha \cdot d\alpha = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi b} (\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)$$

حساب حقل التحريض المغناطيسي المتولد عن وشيعتي هيلمز هولتز.

وشيعتا هيلمز هولتز هما عبارة عن وشيعتين دائريتين متماثلتين عدد لفات كلا منهما N لفة المسافة بينهما تساوي نصف قطر الوشيعة، تولد الوشيعتان حقل تحريض مغناطيسي منتظم في منتصف المسافة بينهما. أي إن الحقل المتولد عن وشيعة واحدة هو:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2(I\pi R^2)}{(R^2+X^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 \cdot I R^2}{2(R^2+X^2)^{3/2}} \quad (55-9)$$

وحسب التعريف والشكل (20-9):

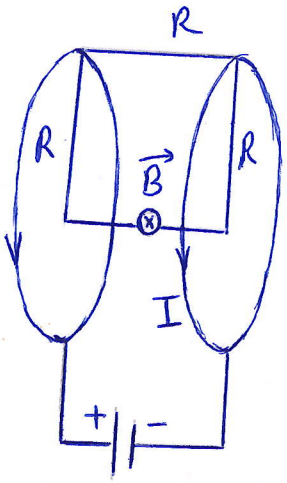
$$B = B_1 + B_2 = 2B_1 = 2B_2 \quad ; \quad X = \frac{R}{2}$$

حيث أن B_1 و B_2 الحقل المتولد عن الوشيعتين بالتعويض في العلاقة (9-55):

$$B = 2\,\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{2(I\pi R^2)}{\left[R^2+\left(\frac{R}{2}\right)^2\right]^{3/2}}$$

ومن أجل n لفة لدينا:

$$B_H = 0,72\,\frac{\mu_0 . NI}{R} \qquad (56-9)$$



الشكل (9-20)

مكتبة A to Z