كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثانية**

المادة : معادلات تفاضلية

المحاضرة : الثامنة /نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2026

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

$x u + x^2 u' = x u \ln u$

نقسم على $x \neq 0$

$u + x u' = u \ln u$

$x u' = u [\ln u - 1]$

$$\frac{du}{u[\ln u - 1]} = \frac{dx}{x}$$

نكامل:

$\ln [\ln u - 1] = \ln x + c$

$e^c = c_1$

$\ln u - 1 = c_1 x$

$\ln u = c_1 x + 1$

$u = e^{c_1 x + 1}$

$\frac{z}{x} = e^{cx+1} \Rightarrow z = x e^{c_1 x + 1}$

$\Rightarrow y' = x e^{c_1 x + 1}$

نكامل بالكامل

$$y = \int x\, e^{c_1 x+1}\, dx + c_2$$

نكامل بالتجزئة:

$$= \frac{x e^{c_1 x+1}}{c_1} - \int \frac{e^{c_1 x+1}}{c_1}\, dx + c_2$$

$$y = \frac{x}{c_1} e^{c_1 x+1} - \frac{1}{c_1^2} e^{c_1 x+1} + c_2$$

وهو الحل العام.

المعادلات الخطية ذات المعاملات الثابتة:

شكل المعادلة:

$$A_n y^{(n)} + A_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + A_0 y = R(x) \quad \dots (2)$$

حيث $A_0, A_1, \dots, A_n$ أعداد ثابتة

المعادلة (2) خطية غير متجانسة تكون متجانسة عندما

$$R(x) = 0$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

هنالك معادلة مميزة نحصل عليها من خلال تبديل كل

m بـ y'

m^2 بـ y''

$m^{(n)}$ بـ $y^{(n)}$

نحصل على معادلة جبرية

$$A_n m^n + A_{n-1} m^{n-1} + \dots + A_0 = 0$$

نميز حالات:

1 كل حلول المعادلة حقيقية بسيطة

$m_1, m_2, \dots, m_n$

الحل العام:

$$\Rightarrow y = c_1 e^{m_1 x} + c_2 e^{m_2 x} + \dots + c_n e^{m_n x}$$

2 إذا وجدنا حل مكرر حداً: $m_1 = m_2$

$$\Rightarrow y = (c_1 + c_2 x) e^{m_1 x} + c_3 e^{m_3 x} + \dots + c_n e^{m_n x}$$

3 إذا وجدنا حلول عقدية $m_{1,2} = \alpha \pm i\beta$

$$y = e^{\alpha x}[c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x] + c_3 e^{m_3 x} + \dots + c_n e^{m_n x}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مثال: $y''' - 2y'' - y' + 2y = 0$

أوجد الحل العام.

الحل: معادلة قطبية مميزة

المعادلة المميزة:

$$m^3 - 2m^2 - m + 2 = 0$$

بالتجريب: $m = 1$ حل

$\Rightarrow$ نقسم على $m - 1$

$$\begin{array}{r|l} m-1 & m^3 - 2m^2 - m + 2 \\ & m^3 - m^2 \\ \hline & -m^2 - m + 2 \\ & -m^2 + m \\ \hline & -2m + 2 \\ & -2m + 2 \\ \hline & 0 \quad 0 \end{array} \qquad m^2 - m - 2$$

$$(m-1)(m-2)(m+1) = 0$$

إما $m = -1$

أو $m = 2$

أو $m = 1$

حلول بسيطة مميزة

$$y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{x} + c_3 e^{2x}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مثال: $y^{(5)} - y' = 0$

حل المعادلة

الحل: نوجد معادلة مميزة

$$m^5 - m = 0$$

$$m(m^4 - 1) = 0$$

$$m(m^2 - 1)(m^2 + 1) = 0$$

$$m(m-1)(m+1)(m^2+1) = 0$$

إما $m = 0$

أو $m = 1$

أو $m = -1$

أو $m^2 + 1 = 0$

$m^2 = -1 \Rightarrow m = -i \;,\; m = +i$

$$\Rightarrow y = c_1 + c_2 e^x + c_3 e^{-x} + c_4 \cos x + c_5 \sin x$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مثال: $y^{(6)} - 3y^{(4)} - 3y'' - y = 0$

مطابقة تكعيبية

$$m^6 - 3m^4 - 3m^2 - 1 = 0$$

$$(m^2 - 1)^3 = 0$$

$$(m-1)^3 (m+1)^3 = 0$$

إما $m = 1$ مكررة ثلاث مرات

أو $m = -1$ مكررة ثلاث مرات

$$y = [c_1 + c_2 x + c_3 x^2] e^x + [c_4 + c_5 x + c_6 x^2] e^{-x}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z