كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الاولى**

المادة : تحليل رياضي١

المحاضرة : **الثانية/عملي/**

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

2026

4

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

أوجد نهاية كل من المتتاليات.

(1) $u_n = \frac{(-1)^n + 1}{2n+1}$

So:

$-1 \leq (-1)^n \leq 1$

نضيف 1

$0 \leq (-1)^n + 1 \leq 2$

نقسم على $2n+1$

$0 \leq \frac{(-1)^n + 1}{2n+1} \leq \frac{2}{2n+1}$

$\lim_{n\to\infty} \frac{2}{2n+1} = \frac{2}{\infty} = 0$

$\lim_{n\to\infty} u_n = 0$ حسب مبرهنة الإحاطة

(2) $u_n = \frac{2^n - 3^n}{2^n + 3^n}$

$u_n = \frac{3^n\left(\frac{2^n}{3^n} - 1\right)}{3^n\left(\frac{2^n}{3^n} + 1\right)} = \left(\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^n - 1}{\left(\frac{2}{3}\right)^n + 1}\right)$

$q = \left(\frac{2}{3}\right)^n < 1$ $\quad u_n = \frac{0-1}{0+1} = -1$

لأن $(\frac{2}{3})$ متتالية هندسية متقاربة من الصفر لأن

$$-1 < q = \frac{2}{3} < 1$$

(3-) $u_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n}$

مجموع حدود متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{3}$ وحدها الأول $a = 1$

$$u_n = 1\left(\frac{1 - (\frac{1}{3})^{n+1}}{1 - \frac{1}{3}}\right)$$

$$u_n = \frac{3}{2}\left(1 - (\frac{1}{3})^{n+1}\right)$$

$$u_n = \frac{3}{2}(1 - 0) = \frac{3}{2}$$

لأن $(\frac{1}{3})^{n+1}$ متتالية هندسية أساسها

$$-1 < q = \frac{1}{3} < 1$$

متقاربة من الصفر

(4-) $u_n = \frac{n \sin(n!)}{n^2+1}$

$$-1 \leq \sin(n!) \leq 1$$

نضرب بـ n

$$-n \leq n\sin(n!) \leq n$$

نقسم على n^2+1

$$\frac{-n}{n^2+1} \leq \frac{n\sin(n!)}{n^2+1} \leq \frac{n}{n^2+1}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-n}{n^2+1} = 0 \quad , \quad \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n^2+1} = 0$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مبرهنة الإحاطة ⇐

$\lim_{n\to\infty} u_n = 0$

5- $u_n = 2n + \sin^2 n$

So! $0 \leq \sin^2 n \leq 1$

نضيف $2n$

$2n \leq 2n + \sin^2 n \leq 2n+1$

$\lim_{n\to\infty} 2n = \infty$, $\lim_{n\to\infty} 2n+1 = \infty$ $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} u_n = \infty$ مبرهنة الإحاطة

6- $u_n = n - \sqrt{n^2+5n}$

$$u_n = \frac{(n-\sqrt{n^2+5n})(n+\sqrt{n^2+5n})}{n+\sqrt{n^2+5n}}$$

$$= \frac{n^2 - n^2 - 5n}{n+\sqrt{n^2+5n}} = \frac{-5n}{n+n\sqrt{1+\frac{5}{n}}}$$

$$= \frac{-5n}{n(1+\sqrt{1+\frac{5}{n}})} = \frac{-5}{(1+\sqrt{1+0})} = \frac{-5}{1+1} = \frac{-5}{2}$$

7- $u_n = \frac{\sqrt{4n^2+7n} + 2n}{7n}$

So! $\lim_{n\to+\infty} u_n = \frac{\sqrt{n^2(4+\frac{7}{n})} + 2n}{7n}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\lim u_n = \frac{n\sqrt{4+\frac{7}{n}} + 2n}{7n}$$

$$\lim_{n\to\infty} u_n = \frac{n\left(\sqrt{4+\frac{7}{n}} + 2\right)}{7n} = \frac{2+2}{7} = \frac{4}{7}$$

8- $$u_n = \frac{4^{n-1} - 5}{4^n - 7}$$

$$u_n = \frac{4^n\left(4^{-1} - \frac{5}{4^n}\right)}{4^n\left(1 - \frac{7}{4^n}\right)}$$

$\frac{5}{\infty} = \frac{5}{4^n} = 0$

$\frac{7}{4^n} = \frac{7}{\infty} = 0$

$$\lim_{n\to\infty} u_n = \frac{\frac{1}{4} - 0}{1 - 0} = \frac{1}{4}$$

9- $$u_n = \frac{-8^n \cdot 8^{-1}}{7^n \cdot 7}$$

$$u_n = \frac{8^n\left(-\frac{1}{8}\right)}{8^n\left(\frac{7^n}{8^n} \cdot \frac{7}{8^n}\right)} = \frac{-\frac{1}{8}}{\left(\frac{7}{8}\right)^n \cdot \frac{7}{8^n}} = \frac{-\frac{1}{8}}{0^+} = -\infty$$

10- $$u_n = \sqrt[n]{10^n + 9^n + 8^n}$$

$$\sqrt[n]{10^n} \leq \sqrt[n]{10^n + 9^n + 8^n} \leq \sqrt[n]{10^n + 10^n + 10^n}$$

$$\sqrt[n]{10^n} \leq \sqrt[n]{10^n + 9^n + 8^n} \leq \sqrt[n]{3 \cdot 10^n}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

حسب الحد العام

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{10^n} = 10$$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{3.10^n} = 1.10 = 10$$

حسب الاحاطة

$$\lim_{n\to\infty} u_n = 10$$

ط ج

نخرج 10^n عامل مشترك

$$u_n = \sqrt[n]{10^n\left(1+\frac{9^n}{10^n}+\frac{8^n}{10^n}\right)}$$

$$= \sqrt[n]{10^n} \cdot \sqrt[n]{1+\frac{9^n}{10^n}+\frac{8^n}{10^n}}$$

$$\lim_{n\to\infty} u_n = 10.\sqrt{1+0+0} = 10.1 = 10$$

11- $$u_n = \sqrt[n]{\left(\frac{3}{4}\right)^n+\left(\frac{3}{4}\right)^n}$$

$$\sqrt[n]{\left(\frac{3}{4}\right)^n} < u_n < \sqrt[n]{2\left(\frac{3}{4}\right)^n}$$

$$\frac{3}{4} < u_n < \frac{3}{4}.\sqrt[n]{2}$$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{2} = 1$$

حسب الاحاطة

$$\lim_{n\to\infty} u_n = \frac{3}{4}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

وصيغة أخرى :

(12) $u_n = \dfrac{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{3^{n-1}}}{1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{2^{n-1}}}$

وهي صيغة

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e$$

(13) $\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{2}{n}\right)^n$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{-n}{2}}\right)^{n\times\frac{-2}{-2}}$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{-n}{2}}\right)^{\frac{-n}{2}\cdot -2}$$

$\left(1+\frac{1}{\frac{-n}{2}}\right)^{\frac{-n}{2}} \to e$

$$\lim_{n\to\infty} u_n = e^{-2} = \frac{1}{e^2}$$

(14) $\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n}\right)^n$

$$= \lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{-n}\right)^{n\times\frac{-1}{-1}}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{-n}\right)^{-n}\right)^{-1} = e^{-1} = \frac{1}{e}$$

$\left(1+\frac{1}{-n}\right)^{-n} \to e$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

(15-) $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n^2+2}{n^2+1}\right)^{*n^2}$

$= \left(\frac{n^2+1+1}{n^2+1}\right)^{*n^2}$

$= \left(\frac{n^2+1}{n^2+1} + \frac{1}{n^2+1}\right)^{*n^2}$

$= \left(1 + \frac{1}{n^2+1}\right)^{n^2+1-1}$

$= \left(1+\frac{1}{n^2+1}\right)^{n^2+1} \left(1+\frac{1}{n^2+1}\right)^{-1}$

$\lim_{n\to\infty} u_n = e \cdot 1 = e$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة