كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الاولى**

المادة : هندسة تحليلية

المحاضرة : **الثالثة/عملي/**

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

٣

2026

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

1) عين المتجه الناظم للمستوي

$P \equiv 2x - y + 3z - 5 = 0$

ثم أكتب الصيغة العامة للناظم

الحل:

إن ناظم المستوي P هو $\vec{N}(2,-1,3)$

لنوجد الصيغة العامة له

ليكن المتجه $\vec{n}(p,q,r)$ موازي لـ $\vec{N}$

$$\frac{p}{2} = \frac{q}{-1} = \frac{r}{3} = t$$

حيث t وسيط

نلاحظ أن:

$p = 2t$

$q = -t$

$r = 3t$

$\Rightarrow$ المتجه الناظم بالصيغة العامة

$\vec{N}(2t, -t, 3t)$

2) أوجد أقصر بعد للمستوي

$P \equiv 2x + 3y - 5z - 6 = 0$

عن النقطة $M(3,-2,4)$

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

$$D = \frac{|P(M)|}{\sqrt{p^2+q^2+r^2}} = \frac{|px_M + qy_M + rz_M + d|}{\sqrt{p^2+q^2+r^2}}$$

$$= \frac{|2(3)+3(-2)-5(4)-6|}{\sqrt{4+9+25}}$$

$$= \frac{|-26|}{\sqrt{38}} = \frac{13\sqrt{38}}{19}$$

3) اكتب معادلة المستوي الذي من الفصل المشترك للمستويين P_1 و P_2

1- الذي يمر بالنقطة $M(1,-2,3)$

2- الموازي لمحور الفواصل

$$D: \begin{cases} P_1 = 2x-3y+z-3=0 \\ P_2 = x+3y+2z+1=0 \end{cases}$$

الحل:

نلاحظ أن معادلة المستوي المطلوب هو أحد مستويات الحزمة التي قاعدتها P_1 و P_2 ومعادلة الحزمة هي

$$P(\lambda) = P_1 + \lambda P_2 = 0$$

$$2x-3y+z-3+\lambda(x+3y+2z+1)=0$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

(*) $(2+\lambda)x+(3\lambda-3)y+(1+2\lambda)z-3+\lambda=0$

وبما أن M تنتمي للمستوي المطلوب فإنها تحقق معادلته

$2+\lambda-6\lambda+6+3+6\lambda-3+\lambda=0$

$2\lambda+8=0 \Rightarrow \lambda=-4$

بتعويض قيمة λ في العلاقة (*) نحصل على معادلة المستوي

$-2x-15y-7z-7=0$

(2) بما أن المستوي المطلوب يوازي محور الفواصل فإنه مركباته في اتجاه محور الفواصل هي من الشكل

$\vec{v}(p,0,0) \quad ; p\neq 0$

بالتالي فإن ناظم هذا المستوي يعامد محور الفواصل

$(2+\lambda)p+(3\lambda-3)\cdot 0+(1+2\lambda)\cdot 0=0$

$(2+\lambda)p=0 \quad ; p\neq 0$

$\Rightarrow 2+\lambda=0$

$\Rightarrow \lambda=-2 \quad ; p\neq 0$

بتعويض قيمة λ في العلاقة (*) نحصل على معادلة المستوي

$-9y-3z-5=0$

4) هل ينتمي المستوي $4x-8y+17z-8=0$ إلى حزمة المستويات

$\alpha(5x-y+4z+1)+\beta(2x+2y-3z+2)=0$

الحل لكي ينتمي المستوي المعطى إلى حزمة المستويات نوجد قيمتي α و β بحيث إذا عوضنا قيمتيهما في المعادلة (معادلة الحزمة) ينتج لدينا المستوي المعطى.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

بالمقارنة بين معادلة الجزمة ومعادلة المستوي

$$\begin{cases} 5x + 2\beta = 4 \quad (2) \\ -x + 2\beta = -8 \\ -x + 2\beta = -8 \quad (1) \\ 4x - 3\beta = 17 \quad (3) \end{cases}$$

بالحل المشترك

$x = 2$

$\beta = -3$

بالتعويض في معادلة الجزمة

$$2(5x - y + 4z - 1) - 3(2x + 2y - 3z + 3) = 0$$

$$= 4x - 8y + 17z - 8 = 0$$

وهي معادلة المستوي المطلوب

= المستوي ينتمي للجزمة

5 أوجد معادلة المستوي المنصف الداخلي والمنصف الخارجي لزاوية المستويين

$$P_1 = x + 7y - 2z + 1 = 0$$

$$P_2 : 5x - 5y - 2z - 3 = 0$$

$\overrightarrow{N_1}(1, 7, -2)$ الناظم على المستوي الأول

$\overrightarrow{N_2}(5, -5, -2)$ " " " الثاني

إن معادلتي المنصفين هما

$$\frac{P_1}{\sqrt{p_1^2 + q_1^2 + r_1^2}} = \frac{P_2}{\sqrt{p_2^2 + q_2^2 + r_2^2}}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\frac{x+7y-2z+1}{\sqrt{1+49+4}} = \pm \frac{5x-5y-2z-3}{\sqrt{25+25+4}}$$

(*) $\Rightarrow 5x-5y-2z-3 = \pm(x+7y-2z+1)$

نعوض $\vec{N_1}, \vec{N_2}$

$\vec{N_1}\cdot\vec{N_2} = 5-35+4 = -26 < 0$

الإشارة $(-)$ في العلاقة $(*)$ تعطي معادلة المستوي المنصف الداخلي

$5x-5y-2z-3 = x+7y-2z+1$

$x-3y-1=0$

أما الإشارة $(-)$ في العلاقة $(*)$ تعطي معادلة المستوي المنصف الخارجي

$3x+y-2z-1=0$

وصيغة

أوجد معادلة المستوي الذي يحوي نقاط المستويين

$$D: \begin{cases} P_1: x+y+2z+1=0 \\ P_2: 2x+y-z+1=0 \end{cases}$$

والموازي للمستقيم الواصل بين النقطتين

$A(2,5,-3)$ $B(3,-2,2)$

الجواب للتأكد: $P: 9x+7y+8z+7=0$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة