كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الاولى**

المادة : هندسة تحليلية

المحاضرة : **الثانية/عملي/**

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2026

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

أ. أوجد معادلة المستوي المار بالنقطة $M(2,4,-1)$ وناظمه هو المتجه

$\vec{N} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$

الحل:

$P(x-x_0) + q(y-y_0) + r(z-z_0) = 0$

$\vec{N}(2,3,4)$

$2(x-2) + 3(y-4) + 4(z+1) = 0$

$P: 2x + 3y + 4z - 12 = 0$

ب. أوجد معادلة المستوي المار بالنقاط الثلاثة

$P(1,0,2)$

$Q(3,-1,6)$

$R(5,2,4)$

نشكل المتجهين $\vec{PQ}$ ، $\vec{PR}$

$\vec{PQ}(2,-1,4)$

$\vec{PR}(4,2,2)$

$\vec{N} = \vec{PQ} \wedge \vec{PR}$

$$\vec{N} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 4 \\ 4 & 2 & 2 \end{vmatrix} = -10\vec{i} + 12\vec{j} + 8\vec{k}$$

$\Rightarrow \vec{N}(-10,12,8)$

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

نختار نقطة من المستوي ولتكن P

$-10(x-1)+12(y-0)+8(z-2)=0$

$P: -10x+12y+8z-6=0$

3) أوجد الزاوية الكائنة بين المستويين

$P_1: 2x+y-z-4=0$

$P_2: 3x-2y+5z=0$

$N_1(2,1,-1)$ (p q r)

$N_2(3,-2,5)$

$$\cos\theta = \frac{p_1p_2+q_1q_2+r_1r_2}{|N_1|\cdot|N_2|}$$

$|N_1| = \sqrt{4+1+1} = \sqrt{6}$

$|N_2| = \sqrt{9+4+25} = \sqrt{38}$

$$\cos\theta = \frac{2(3)+1(-2)+(-1)(5)}{\sqrt{6}\sqrt{38}} = \frac{-1}{\sqrt{288}}$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{-1}{\sqrt{288}}\right) \approx 86.2^\circ$$

4) اكتب الشكل الناظمي لمعادلة المستوي:

$P: 2x-5y+4z-12=0$

الحل:

$p=2,\ q=-5,\ r=4,\ d=-12$

المسافة بين مبدأ المستوي على $\sqrt{p^2+q^2+r^2}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$\sqrt{p^2+q^2+r^2} = \sqrt{4+25+16} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

نقسم على $-3\sqrt{5}$

$$\frac{-2}{3\sqrt{5}}x + \frac{5}{3\sqrt{5}}y - \frac{4}{3\sqrt{5}}z + \frac{12}{3\sqrt{5}} = 0$$

5 عين وسطاء المعادلة وجيوب تمام الزوايا المتجهة المارة من النقطتين

$A(1,2,3)$, $B(3,2,1)$

نوجد الشعاع $\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AB}(2,0,-2)$

$p = 2$, $q = 0$, $r = -2$ (وسطاء)

جيوب تمام المعادلة

$$\alpha = \frac{\pi}{4} \Leftarrow \alpha = \frac{p}{\sqrt{p^2+q^2+r^2}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} \Leftarrow \beta = \frac{q}{\sqrt{p^2+q^2+r^2}} = \frac{0}{2\sqrt{2}} = 0$$

$$\gamma = \frac{3\pi}{4} \Leftarrow \gamma = \frac{r}{\sqrt{p^2+q^2+r^2}} = \frac{-2}{2\sqrt{2}} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$$

6 هل المتجهان $\vec{a}$ و $\vec{b}$ مرتبطان خطياً؟

$\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$

$\vec{b} = 4\vec{i} + 6\vec{j} - 2\vec{k}$

$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{-1}{-2}$ المركبات متناسبة

$\Leftarrow$ المتجهان مرتبطان خطياً

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

7- أوجد حجم هرم رؤوسه النقاط

O(0,0,0)

A(5,2,0)

B(2,5,0)

C(1,2,4)

مساحة مثلث

$$V = \frac{1}{6}(a \wedge b) \cdot c$$

$$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$$

$$\overrightarrow{OB} = \vec{b}$$

$$\overrightarrow{OC} = \vec{c}$$

$$a \wedge b = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \end{vmatrix} = 0\vec{i} - 0\vec{j} + 21\vec{k}$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{6}(0,0,0)(1,2,4)$$

$$= \frac{1}{6}(0+0+84) = 14$$

8- أوجد مساحة المثلث الذي رؤوسه

P(1,4,6)

Q(-2,5,-1)

K(1,-1,1)

مساحة المثلث = 2X الجداء الخارجي

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مساحة المثلث $= \frac{1}{2}|$ (محدد الضلعين) $|$

$PQ(-3,1,-7)$

$PK(0,-5,-5)$

$S = \frac{1}{2}|PQ \wedge PK|$

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} i & j & k \\ -3 & 1 & -7 \\ 0 & -5 & -5 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(-40\vec{i} - 15\vec{j} + 15\vec{k})$

$S = \frac{1}{2}\sqrt{1600+225+225}$

$= \frac{1}{2}\sqrt{2100} = \frac{1}{2}(250) = 125$

ملاحظة:

أوجد معادلة المستوي المار بالنقاط

$M_1(1,2,3)$

$M_2(0,2,4)$

$M_3(1,-1,-2)$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة