كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الاولى**

المادة : احتمالات واحصاء

المحاضرة : الثالثة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

المتغيرات العشوائية

مستمر، متصل ← ل
منفصل، منقطع ← ع

تمرين (1): ليكن لدينا x متحول عشوائي منفصل له جدول توزيع احتمالي بالشكل:

x	1	2	3
p(x)	2c	c	4c

المطلوب: 1) أوجد قيمة c
2) أوجد تابع التوزيع F(x)
3) احسب التوقع الرياضي والانحراف المعياري لـ x
4) احسب $p(0<x<3)$ و $p(x>1)$

الحل:

1) حتى $p(x)>0$

$\sum p(x)=1 \Rightarrow 2c+c+4c=1$

$\Rightarrow 7c=1 \Rightarrow c=\frac{1}{7}$

x	1	2	3
p(x)	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$

2)
$$F(x)=\begin{cases}0 & ; -\infty<x<1\\ \frac{2}{7} & ; 1\le x<2\\ \frac{3}{7} & ; 2\le x<3\\ 1 & ; 3\le x<+\infty\end{cases}$$

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

3) $E(x) = \sum x\, p(x) =$

$1 \times \frac{2}{7} + 2 \times \frac{1}{7} + 3 \times \frac{4}{7} =$

$\frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{12}{7} = \frac{16}{7}$

لحساب الانحراف المعياري نحسب التباين:

$V(x) = E(x^2) - (E(x))^2 =$

$E(x)^2 = \sum x^2 p(x) =$

$(1)^2 \times \frac{2}{7} + (2)^2 \times \frac{1}{7} + (3)^2 \times \frac{4}{7} =$

$\frac{2}{7} + \frac{4}{7} + \frac{36}{7} = \frac{42}{7} = 6 \Rightarrow$

$V(x) = 6 - \left(\frac{16}{17}\right)^2 = 6 - \frac{256}{49} = \frac{38}{49}$

$\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{\frac{38}{49}} = \frac{\sqrt{38}}{7}$ ← تبسيط

4) $P(0 \leq x < 3)$

$= p(2) + p(1) = \frac{2}{7} + \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$

$P(x > 1)$

$= p(2) + p(3) = \frac{1}{7} + \frac{4}{7} = \frac{5}{7}$

تمرين 2: ليكن x متحول عشوائي معرف بالشكل:

$$F(x) \begin{cases} c(1-x)^4 & ; x \in]0,1[\\ 0 & ; x \notin]0,1[\end{cases}$$

المطلوب: 1) التابع السابق هو تابع كثافة، احسب c

2) أوجد تابع التوزع الاحتمالي للمتغير X

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

3) احسب التوقع والتباين للمتحول x

4) احسب $P\left(0 \le x \le \frac{1}{4}\right)$

الحل:

1) $f(x) \ge 0$ محققة

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1 \Rightarrow \int_0^1 c(1-x)^4\,dx = 1 \Rightarrow$$

$$-c\int_0^1 -(1-x)^4\,dx = 1$$

$$g(x) = 1-x \Rightarrow g'(x) = -1$$

$$-c\left[\frac{(1-x)^{4+1}}{4+1}\right]_0^1 = 1 \Rightarrow -\frac{c}{5}\left[(1-x)^5\right]_0^1 = 1 \Rightarrow$$

$$-\frac{c}{5}(0-1) = 1 \Rightarrow -\frac{c}{5}(-1) = 1 \Rightarrow \frac{c}{5} = 1 \Rightarrow c = 5$$

$$f(x) = \begin{cases} 5(1-x)^4 & ; x \in]0,1[\\ 0 & ; x \notin]0,1[\end{cases}$$

2) $F(x) = \int_0^x 5(1-t)^4\,dt$

$$= -5\int_0^x -1(1-t)^4\,dt \Rightarrow -5\left[\frac{(1-t)^{4+1}}{4+1}\right]_0^x \Rightarrow$$

$$-5\left[\frac{(1-t)^5}{5}\right]_0^x = -5\left[\frac{(1-x)^5}{5} - \frac{(1-0)^5}{5}\right] \Rightarrow$$

$$-5\left(\frac{(1-x)^5}{5} - \frac{1}{5}\right) = -(1-x)^5 + 1$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$f(x): \begin{cases} 0 & ; -\infty < x \le 0 \\ -(1-x)^5 + 1 & ; 0 < x < 1 \\ 1 & ; 1 \le x < +\infty \end{cases}$$

(3 $E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, f(x)\, dx$

$$E(x) = \int_0^1 x \cdot 5(1-x)^4 \, dx \Rightarrow 5\int_0^1 x(1-x)^4 \, dx$$

$$= 5\int_0^1 x\left((1-x)^2(1-x)^2\right) dx = 5\int_0^1 x\left((1-2x+x^2)(1-2x+x^2)\right) dx$$

$$= 5\int_0^1 (x-2x^2+x^3)(x-2x^2+x^3)\, dx$$

$$= 5\int_0^1 x^5 - 4x^4 + 6x^3 - 4x^2 + x \, dx$$

$$= 5\left[\frac{x^6}{6} - \frac{4x^5}{5} - \frac{6x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + \frac{x^2}{2}\right]_0^1$$

$$= 5\left(\frac{1}{6} - \frac{4}{5} + \frac{6}{4} - \frac{4}{3} + \frac{1}{2} - 0\right) = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

حساب التباين: $V(x) = E(x)^2 - (E(x))^2$

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x)\, dx = \int_0^1 5x^2(1-x)^4 \, dx$$

$$= 5\int_0^1 x^2\left((1-x)^2(1-x)^2\right) dx = \frac{5}{105} = \frac{1}{21}$$

تكملة حل هذا الطلب وهيئة ✓

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\Rightarrow V(x) = \frac{1}{21} - \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{5}{252}$$

$$\sigma(x) = \sqrt{\frac{5}{252}}$$

٤) $P\left(0 < x < \frac{1}{4}\right)$

الطريقة الأولى:

$$\int_0^{\frac{1}{4}} f(x)\,dx \Rightarrow \int_0^{\frac{1}{4}} 5(1-x)^4\,dx$$

ونكمل الحل

الطريقة الثانية: $P\left(0 < x < \frac{1}{4}\right)$

$$= \left[F\left(\frac{1}{4}\right) - F(0)\right] = \left[-\left(1-\frac{1}{4}\right)^5 + 1\right] - \left[-(1-0)^5 + 1\right]$$

نعوض في التوزيع المعطى

$$= -\left(\frac{3}{4}\right)^5 + 1 = \frac{781}{1024}$$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة