كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الاولى**

المادة : احتمالات واحصاء

المحاضرة : الرابعة/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2026 كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

- تابع التوزيع المستطيل:

لدينا:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a} & ;x\in[a,b]\\ 0 & ;x\notin[a,b]\end{cases}$$

a<b نفرض

تحقق انه تابع كثافة ومستمر وأوجد تابع التوزيع له.

1) مستمر

2) $f(x)\geq 0$

3) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = \int_{-\infty}^{a} + \int_{a}^{b} + \int_{b}^{+\infty}$

$$= \int_a^b \frac{1}{b-a}\,dx = \left[\frac{1}{b-a}\,x\right]_a^b = \frac{b}{b-a}-\frac{a}{b-a}=1$$

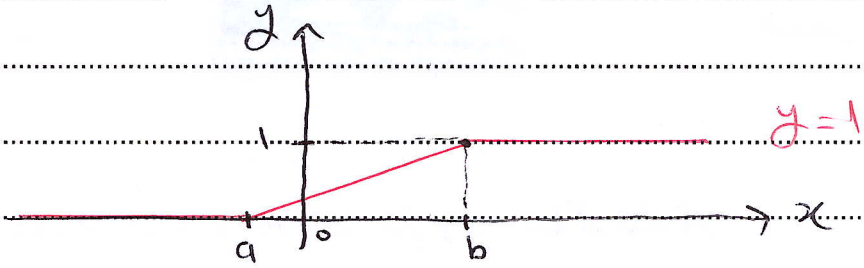
فصو تابع كثافة

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt = \int_a^x \frac{1}{b-a}\,dt$$

$$=\left[\frac{1}{b-a}\,t\right]_a^x = \frac{x-a}{b-a}$$

تابع توزع احتمالي

$$F(x)=\begin{cases}0 & ;x\in]-\infty,a]\\ \frac{x-a}{b-a} & ;x\in[a,b]\\ 1 & ;x\in[b,+\infty[\end{cases}$$



- بعض القيم التي يمكن حسابها والمتعلقة بالمتغيرات العشوائية وهي تعطينا بعض صفات هذا المتغير.

1) التوقع الرياضي : ويحسب كما يلي :

مثلاً اذا كان المتغير العشوائي منفصل فإن :

$$E(X)=\sum_{i=1}^{n} x_i \; p(X=X_i)$$

X	X_1	X_2	— —
$p(X=X_i)$	P_1	P_2	— —

$$E(X)=X_1P_1+X_2P_2+\cdots$$

اذا كان مستمر :

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)\, dx$$

مثال: في المثال السابق احسب التوقع الرياضي

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \frac{1}{b-a}\, dx$$

$$=\int_{a}^{b} \frac{x}{b-a}\, dx = \left[\frac{x^2}{2(b-a)}\right]_a^b$$

$$E(X)=\frac{b^2-a^2}{2(b-a)}=\frac{(b-a)(b+a)}{2(b-a)}=\frac{b+a}{2}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

التوقع الرياضي يمكن توزيعه على العمليات الحسابية

1) $E(g(x)) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \cdot f(x) \cdot dx$

2) $E(a+b) = a\,E(x) + b$

3) $E(c) = c$ التوقع الرياضي لعدد ثابت هو ثابت

تمرين: ليكن X متحول عشوائي منفصل يأخذ القيم

$x_i = 2^i \quad ; \quad i = 1, 2, 3, \ldots$

واحتمال كل قيمة تعطى بالعلاقة التالية: $P(X = x_i) = \left(\frac{1}{2}\right)^i$

احسب التوقع الرياضي

x_i	$x_1 = 2$	$x_2 = 4$	$x_3 = 8$	...
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	...

$$E(x) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i f(x_i) = \sum_{i=1}^{\infty} 2^i \left(\frac{1}{2^i}\right) = \sum_{i=1}^{\infty} 1 = \infty$$

تمرين: يبيع بائع 10000 بطاقة بسعر 10 ليرة

وخصصت الجوائز التالية:

5000 ليرة لبطاقتين

2000 ليرة لثلاث بطاقات

1000 ليرة لخمسة بطاقات

اذا اشترى رجل بطاقة واحدة، احسب توقع ربحها.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

الحل: قيم المتحول العشوائي هي:

$$X = \{-10000, 1000, 2000, 5000\}$$

X_i	-10000	1000	2000	5000
$P(X=X_i)$	$\frac{9990}{10000}$	$\frac{5}{10000}$	$\frac{3}{10000}$	$\frac{2}{10000}$

$$E(X) = -10000\left(\frac{9990}{10000}\right) + 1000\left(\frac{5}{10000}\right) + 2000\left(\frac{3}{10000}\right) + 5000\left(\frac{2}{10000}\right) = -7.8$$

ع هذا اللاعب خسر

ملاحظة: في تجربة إلقاء قطعة نرد متوازنة وجدنا أن الاحتمالات متساوية

X	1	2	3	4	5	6
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$$E(X) = 1\left(\frac{1}{6}\right) + 2\left(\frac{1}{6}\right) + 3\left(\frac{1}{6}\right) + 4\left(\frac{1}{6}\right) + 5\left(\frac{1}{6}\right) + 6\left(\frac{1}{6}\right)$$

$$E(X) = (1+2+3+4+5+6)\frac{1}{6} = \frac{21}{6}$$

إن التوقع الرياضي لهذا المتغير يساوي على التوسط الحسابي للقيم

اذا تساوت احتمالات الحوادث البسيطة.

مثال: عند إلقاء حجر نرد متوازن

يكسب اللاعب 20 نقطة اذا ظهر الوجه 2

ويكسب اللاعب 40 نقطة اذا ظهر الوجه 4

وخسر اللاعب 30 نقطة اذا ظهر الوجه 6

بينما لا يربح ولا يخسر عدا ذلك

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

	1	2	3	4	5	6
X	0	20	0	40	0	-30
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$$E(X) = \frac{20+40-30}{6} = \frac{30}{6} = 5$$

نتوقع أن اللاعب سيكسب 5 نقاط.

ملاحظة: يعتبر التوقع الرياضي من مقاييس النزعة المركزية.

من خواص التوقع الرياضي:

1) $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$

2) $E(X.Y) = E(X).E(Y)$

التباين:

$$\sigma^2(x) = E(X-E(X))^2$$

أو $V(x) = E(X)^2 - (E(X))^2$

$$\sigma = \sqrt{E(X-E(X))^2}$$

الانحراف المعياري:

يعطينا حكم على التوقع الرياضي إن كان صادقاً في تمثيله للبيانات أم لا.

بعض الخواص البسيطة:

1) $\sigma^2(c) = 0$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

2) $\sigma^2(cx) = c^2 \sigma^2(x)$

3) $\sigma(x \pm y) = \sigma^2(x) + \sigma^2(y)$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z