كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الاولى**

المادة : رياضيات عامة١

المحاضرة : **الثالثة/عملي/**

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

التمرين الأول: أوجد مقلوب المصفوفة A بطريقة غاوس

$$A=\begin{bmatrix}2 & 0 & 4\\ 1 & -1 & -2\\ -1 & 2 & 3\end{bmatrix}$$

الحل: نضيف إلى المصفوفة A المصفوفة الواحدية I لإيجاد مقلوب المصفوفة نقوم ببعض التحويلات بحيث يصبح القسم اليميني مصفوفة واحدية والقسم اليساري مصفوفة أخرى تمثل مقلوب المصفوفة A أي:

$$[A\,|\,I]\Rightarrow[I\,|\,A^{-1}]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc}2 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0\\ 1 & -1 & -2 & 0 & 1 & 0\\ -1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1\end{array}\right] \xrightarrow{H_1\left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc}1 & 0 & 2 & \frac{1}{2} & 0 & 0\\ 1 & -1 & -2 & 0 & 1 & 0\\ -1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1\end{array}\right] \xrightarrow{H_2(-1)\,H_{31}(1)}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc}1 & 0 & 2 & \frac{1}{2} & 0 & 0\\ 0 & -1 & -4 & -\frac{1}{2} & 1 & 0\\ 0 & 2 & 5 & \frac{1}{2} & 0 & 1\end{array}\right] \xrightarrow{H_2(-1)}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc}1 & 0 & 2 & \frac{1}{2} & 0 & 0\\ 0 & 1 & 4 & \frac{1}{2} & -1 & 0\\ 0 & 2 & 5 & \frac{1}{2} & 0 & 1\end{array}\right] \xrightarrow{H_{32}(-2)}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & \frac{1}{2} & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & -\frac{1}{2} & 2 & 1 \end{array}\right] \quad H_3\left(-\frac{1}{3}\right)\rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & \frac{1}{2} & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{6} & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{array}\right] \quad H_{13}(-2).H_{23}(-4)\rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & \frac{4}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{6} & \frac{5}{3} & \frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{6} & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{array}\right] = [I \mid A^{-1}]$$

ومنه نحصل على المصفوفة A^{-1}

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{6} & \frac{5}{3} & \frac{4}{3} \\ \frac{1}{6} & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

الحل الثاني: أوجد حل المصفوفة B بطريقة غاوس:

$$B = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow [B \mid I] \Rightarrow [I \mid B^{-1}]$$

$$B = \left[\begin{array}{cc|cc} 5 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right] \quad H_1\left(\frac{1}{5}\right)\rightarrow$$

$$= \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & \frac{3}{5} & \frac{1}{5} & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right] \quad H_{21}(-3)\rightarrow$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$= \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & \frac{3}{5} & \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & -\frac{3}{5} & 1 \end{array}\right] H_2(5)$$

$$= \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & \frac{3}{5} & \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 5 \end{array}\right] H_2\left(-\frac{3}{5}\right)$$

$$= \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -3 & 5 \end{array}\right] \Rightarrow [I \mid B^{-1}] \Rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$$

التمرين الثالث: أوجد رتبة المصفوفة A، وذلك بتحويلها إلى مصفوفة مدرجة

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

الحل: نقوم بإجراء التحويلات الأولية التالية على A لتحويلها إلى مصفوفة مدرجة

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} H_{21}(-2) \rightarrow \left[\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \end{array}\right] H_{32}\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

نلاحظ أن عدد الصفوف غير الصفرية هو 2

إذاً $r(A) = 2$

التمرين الرابع: أوجد رتبة المصفوفة A التالية، وذلك بتحويلها إلى مصفوفة مدرجة

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} H_{13}(1) \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} H_{32}(-4) \\ H_{42}(-1) \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{H43} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

نلاحظ أن عدد الصفوف الغير الصفرية هو = 3 إذا $r(A) = 3$

ملاحظة: يمكن القول أنه كثير من الأحيان رتبة المصفوفة المدرجة تساوي إلى حد كبير عدد غير الصفرية

وظيفة:

① أوجد مقلوب المصفوفات التالية بطريقة المصفوفة المساعدة والتحويلات الأولية غاوس

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

بطريقة غاوس جوردان

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 7 & 3 & 10 \\ 15 & 6 & 20 \end{bmatrix}$$

السؤال 2) أثبت عدم وجود مقلوب لكل من المصفوفات التالية

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 2 & 0 \\ 2 & -4 & -6 \end{bmatrix}$$

السؤال الثالث: أوجد رتبة المصفوفات

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 1 & 6 \\ 4 & 4 & 8 & 8 \\ 3 & 2 & 5 & 4 \end{bmatrix}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة