كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : ميكانيك١

المحاضرة : الثالثة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

ميكانيك (1)

المحاضرة الثالثة محلولة

السؤال الأول: متحرك طائرة بسرعة ثابتة b فهو منحنى دائري افقي مركزه O ونصف قطره $R=600m$

المطلوب:

حدد السرعة b ليكون تسارع الطائرة $W = 6g$ حيث $g=9.81\ m.s^{-2}$ هو تسارع الجاذبية الأرضية.

الحل:

لدينا السرعة v ثابتة $\Leftarrow v=R\omega=cte \Leftarrow \omega=cte$

فالحركة دائرية منتظمة.

لدينا $\vec{W} = \frac{dv}{dt}\vec{T} + \frac{v^2}{r}\vec{n}$ ولكن v ثابتة $\Leftarrow \frac{dv}{dt}=0$

$$\Rightarrow \vec{W} = \frac{v^2}{r}\vec{n} \Rightarrow W = \frac{v^2}{r} = \frac{b^2}{600}$$

عندما $W=6g$;

$$6g = \frac{b^2}{600} \Rightarrow b = \sqrt{6\times 9.81 \times 600} = 187.9\ m.s^{-1}$$

السؤال الثاني: تتحرك نقطة مادية على دائرة نصف قطرها R. بتسارع مماسي ثابت b.

عند لحظة البدء كانت النقطة عند الموضع $(s=0)$ وسرعتها معدومة والمطلوب إيجاد اللحظة الزمنية التي تصبح عندها المركبة المماسية للتسارع مساوية للمركبة الناظمية لها، ثم احسب طول القوس المقطوعة خلال تلك الفترة.

الحل: تتحرك النقطة بتسارع مماسي ثابت، ومنه:

$$W_T = \frac{dv}{dt} = b \Rightarrow dv = b\,dt \Rightarrow v = bt + C$$

(شروط البدء $t=0$ ، $v=0$) $\Rightarrow 0 = b(0) + C \Rightarrow C = 0$

$$\Rightarrow \boxed{v = bt}$$

الآن لحساب اللحظة الزمنية التي تصبح عندها المركبة المماسية للتسارع مساوية للمركبة الناظمية، نفرض $W_T = W_n$

$$\Rightarrow b = \frac{v^2}{R} \Rightarrow b = \frac{b^2t^2}{R} \Rightarrow \boxed{t = \sqrt{\frac{R}{b}}}$$

- حساب طول القوس المقطوعة خلال تلك الفترة:

$$s = \int v\,dt = \int bt\,dt = \frac{b}{2}t^2 + C_1$$ (شروط البدء: $t=0$ ، $s=0$)

$$0 = \frac{b}{2}(0) + C_1 \Rightarrow C_1 = 0 \Rightarrow \boxed{s = \frac{b}{2}t^2}$$

عندما $t = \sqrt{\frac{R}{b}}$ ؛ $s\left(\sqrt{\frac{R}{b}}\right) = \frac{b}{2}\left(\frac{R}{b}\right) = \frac{R}{2}$ وهو طول القوس المقطوعة خلال تلك الفترة.

السؤال الثالث ; لتكن M نقطة مادية تتحرك وفق المعادلات التالية :

$x = R\cos(\omega t)$ و $y = R\sin(\omega t)$ و $z = \alpha t + \frac{t^2}{2}$

حيث α و ω و R ثوابت.

أوجد معادلة مسار M.

الحل ; لإيجاد معادلة المسار نحذف الزمن من معادلات الحركة

$$\left.\begin{array}{l}\frac{x}{R} = \cos(\omega t) \\ \frac{y}{R} = \sin(\omega t)\end{array}\right\} \text{بالتربيع والجمع} \Rightarrow \frac{x^2}{R^2} + \frac{y^2}{R^2} = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 + y^2 = R^2} \quad \cdots (*)$$

يوجد بعد ثالث z تكون (*) هي معادلة السطح الجانبي لاسطوانة محورها منطبق على المحور oz و نصف قطرها R.

أصبح لدينا $\begin{cases} z = \alpha t + \frac{t^2}{2} \\ x^2 + y^2 = R^2 \end{cases}$ فالمسار عبارة عن منحنى على سطح اسطوانة دوراني

ملاحظة ; لو كانت $z = \alpha t$ يكون المنحنى لولب دائري.