



كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الثالثة

المادة : معادلات تفاضلية جزئية

المحاضرة : الرابعة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z : Facebook Group

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

الدكتور :

المحاضرة:

الرابعة عشر



القسم: الرياضيات

السنة: الثالثة

المادة: وممارسات تفاضلية مبرهنات

التاريخ: / /

A to Z Library for university services

السؤال الأول:

نحلل مسألة $2m$ ، موجة الاختلال $x^2 - 1$ بقطب سرعة
ابتدائية $\cos x$ بفرض البداية تتحرك وفق العلاقة $t + 1$
والنهاية وفق العلاقة t
اكتب النموذج الذي يصف المسألة.

الحل:

$$u_{tt} = c^2 u_{xx}$$

$$u(x, 0) = x^2 - 1$$

$$u_t(x, 0) = \cos x$$

$$u(0, t) = t + 1$$

$$u(1, t) = u(2, t) = t$$

السؤال الثاني:

وتنصف لا نهائي الطول موجة الاختلال بقطب بالملاقة $\sin x$
وسرعة الاختلال تتحرك بالملاقة $x^2 + 1$ فإذا كانت البداية
تتحرك وفق العلاقة $2t + 3$
اكتب النموذج الرياضي الذي يصف المسألة.

الحل:

$$u_{tt} = c^2 u_{xx}$$

$$u(x, 0) = \sin x$$

$$u_t(x, 0) = x^2 + 1$$

$$u(0, t) = 2t + 3$$

السؤال الثالث:

في وقت مبكر مثبت الطرفين دائرة 2cm تطبق على محور المواهل
 كتب إلى الأمام من منتصفه إلى الارتفاع 1cm ثم ترك
 يتذبذب في الكون.

اكتب النموذج الرياضي الذي يصف الحالة

الحل:

$$u_{tt} = c^2 u_{xx}$$

$$u(0, t) = u(2, t) = 0$$

$$u_t(x, 0) = 0$$

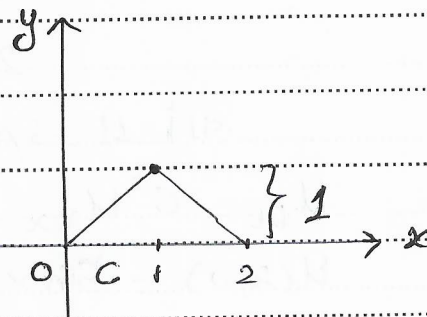
$$OA = u = x ; 0 \leq x \leq 1$$

$$AB = \frac{y - y_A}{x - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{u - 1}{x - 1} = -1$$

$$u - 1 = 1 - x \Rightarrow u = 2 - x$$

$$AB : u = 2 - x$$

$$\Rightarrow u(x, 0) = \begin{cases} x & ; 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x & ; 1 < x \leq 2 \end{cases}$$



السؤال الرابع :

سلك متجانس معزول الجوانب طوله $3m$ موضوع في درجة حرارة ابتدائية تعطى بالشكل $x^2 + 1$ قرب النهايتين إلى الصفر. اكتب النموذج الرياضي الذي يصف حرارة السلك في كل نقطة من تقاطعه عند الزمن t .

$$u_t = \alpha^2 u_{xx}$$

$$u(x, 0) = x^2 + 1$$

$$u(0, t) = u(3, t) = 0$$

السؤال الخامس :

سلك متجانس له نهايتان معزولتين معزول الجوانب يفرض أنه درجة حرارته الابتدائية تعطى بالملاقة $u(x, 0) = \sin x$ ويفرض ثابت انتشار الحرارة هو 4 .

اكتب النموذج الرياضي الذي يصف الحالة

الحل :

$$u_t = \alpha^2 u_{xx} \Rightarrow u_t = 4 u_{xx}$$

$$u(x, 0) = \sin x$$

$$u_x(0, t) = u_x(l, t) = 0$$

السؤال السادس :

سلك متجانس نصفه لانهائي الطول عند مرور تيار كهربائي ضمن السلك يؤثر على درجة حرارته وفق الملاقة $x + t$ إذا كانت درجة حرارته الابتدائية لاسلك تعطى بالملاقة $\sin x$.

ودرجة حرارة بدايته $\tan t$
اكتب النموذج الرياضي الذي يصف الحالة

الحل:

$$u_t = \alpha^2 u_{xx} + f(x, t)$$

$$u_t = \alpha^2 u_{xx} + x + t$$

$$u(x, 0) = \sin x$$

$$u(0, t) = \tan t$$

السؤال السابع:

سلسلة متجانسة غير مفزولة الجوانب طولها $p=2$ وليكن درجة حرارة الوسط المحيط تغطي بالملاقة $x+2t$ حيث $\beta=2$ متجانسة الانحدار للحرارة هو 3 ، فإذا كانت درجة حرارة بدايته $\sin t$ ودرجة حرارة نهايته t

اكتب النموذج الرياضي الذي يصف الحالة.

الحل:

$$u_t = \alpha^2 u_{xx} - \beta(u - \theta)$$

$$u_t = 3u_{xx} - 2(u - x - 2t)$$

$$u(0, t) = \sin t$$

$$u(2, t) = t$$

السؤال الثامن:

سلسلة متجانسة غير مفزولة طولها 2 وليكن درجة حرارة الوسط تغطي بالملاقة $x-2t$ حيث $\beta=3$ وفرض وجود منبع حراري

يؤثر على درجة حرارة السلك وفقاً للمعادلة $\cos(x+t)$
 وليكن درجة حرارة بداية الألياف 4 ودرجة حرارة نهايتها
 الألياف 20
 اكتب النموذج الرياضي الذي يصف السلك .

الحل:

$$P=2 \quad Q=x-2t \quad B=3$$

$$f(x,t) = \cos(x+t)$$

$$U_t = \alpha^2 U_{xx} + f(x,t) - \beta(u-Q)$$

$$= \alpha^2 U_{xx} + \cos(x+t) - 3(u-x+2t)$$

لدينا $T_2^0 = 20$, $T_1^0 = 4$ توزيع خطي لدرجة عند $t=0$

$$\frac{u-u_1}{x-x_1} = \frac{u_2-u_1}{x_2-x_1} \Rightarrow \frac{u-4}{x-0} = \frac{20-4}{2-0}$$

$$u-4 = \frac{16}{2} x \Rightarrow u = 4 + 8x$$

$$u(x,0) = 4 + 8x$$

الدرجة القصوى = 20