كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : تحليل رياضي٣

المحاضرة : **السابعة/عملي/**

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

تمرين: ادرس التقارب النقطي والتقارب المنتظم للدوال الآتية

(1). $f_n(x) = \frac{n}{x^2+1} \longrightarrow \lim_{n\to\infty} f_n(x) = 1$

$f_n(x)$ تتقارب نقطياً من الدالة $f(x)=1$

دراسة التقارب المنتظم:

$|f_n(x) - f(x)| = \left|\frac{n}{x^2+n} - 1\right| = \left|\frac{-x^2}{x^2+n}\right| = \frac{x^2}{x^2+n}$ من أجل $x=0$ و $\varepsilon > 0$

$\frac{x^2}{x^2+n} < \frac{1}{n} < \varepsilon$ من أجل $x>0$

من f_n متقاربة بانتظام من $f(x)$.

(2). $f_n(x) = x^n(1-x)^n$ من أجل $x \in [0,1]$ و $n \in \mathbb{N}$

$$\lim_{n\to\infty} f_n(x) = \begin{cases} 0 & \text{من أجل } x=0 \\ 0 & \text{من أجل } 0<x<1 \\ 0 & \text{من أجل } x=1 \end{cases}$$

$f_n(x)$ تتقارب نقطياً من الدالة $f(x)=0$

دراسة التقارب المنتظم:

$|f_n(x) - f(x)| = x^n - (1-x)^n = (x*(1-x))^n$

$h(x) = x(1-x)$ ندرس تغيرات $h(x)$

$h'(x) = 1-2x \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

x	0	$\frac{1}{2}$	1
h'		0	
h	0	$\frac{1}{4}$	0

$f_n(x)$ تتقارب بانتظام من $f(x)=0$.

$$|f_n(x)-f(x)| = x^n-(1-x)^n \leq \frac{1}{4^n} < \varepsilon.$$

(3) $f_n(x) = \frac{2n^5x}{1+n^5x^2}$; $x \in [\frac{1}{2}, 1]$, $n \in \mathbb{N}$.

$$\lim_{n\to\infty} f_n(x) = 0.$$

$f_n(x)$ تتقارب نقطياً من $f(x)=0$

ولكن ليست بانتظام.

$$|f_n(x)-f(x)| = \frac{2n^2x}{1+n^5x^2} < \frac{2n^2x}{n^5x^2} < \frac{2n^2x}{\sqrt{n^5}\cdot\sqrt{x^2}} < \frac{2n^2}{n^{\frac{5}{2}}\cdot x}$$

$$< \frac{2}{\sqrt{n}} < \varepsilon.$$

وبالتالي $f_n(x)$ متقاربة بانتظام من $f(x)$.

(4) $f_n(x) = \frac{x^n}{x^n+1}$; $x \in [0,1]$, $n \in \mathbb{N}$

$$\lim_{n\to\infty} f_n(x) = \begin{cases} 0 & ; x=0 \\ 0 & ; 0<x<1 \\ \frac{1}{2} & ; x=1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & ; 0<x<1 \\ \frac{1}{2} & ; x=1 \end{cases}$$

الدالة متقاربة نقطياً من الدالة

ولكن ليست التقارب المنتظم وطبقاً

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z