كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : تحليل رياضي٣

المحاضرة : **السادسة/عملي/**

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

تمرين: ادرس التقارب النقطي للتوابع الآتية:

(1) $f_n(x) = x^n \; ; \; x \in \mathbb{R}, \; n \in \mathbb{N}$

$$\lim_{n \to +\infty} f_n(x) = \lim_{n \to \infty} x^n \begin{cases} \mp\infty & x < -1 \\ \pm 1 & x = -1 \\ 1 & ; -1 < x < 1 \\ +\infty & ; x > 1 \end{cases}$$

f_n متقاربة نقطياً من الدالة $f(x) = \begin{cases} 0 & ; -1 < x < 1 \\ 1 & ; x = 1 \end{cases}$

(2) $f_n(x) = x^2 + \frac{1}{n}\cos(x + \pi)$

$$\lim_{n \to \infty} f_n(x) = x^2 + 0$$

$f_n(x)$ دالة متقاربة نقطياً من الدالة $f(x) = x^2$ على $\mathbb{R}$

(3) $f_n(x) = \frac{1}{e^{nx}}$

$$\lim_{n \to \infty} f_n(x) = \begin{cases} 0 & ; x > 0 \\ 1 & ; x = 0 \\ \infty & ; x < 0 \end{cases}$$

f_n متقاربة نقطياً من الدالة $f(x) = \begin{cases} 0 & ; x > 0 \\ 1 & ; x = 0 \end{cases}$

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

④. $f_n(x) = \frac{x^n}{n}$; $x \in [0,1]$

$f(x) = \lim_{n \to \infty} f_n(x) = 0$

$\forall \varepsilon > 0, \forall x \in I \Rightarrow \exists N(\varepsilon) < n$ ؛

$|f_n(x) - f(x)| = \left|\frac{x^n}{n} - 0\right| = \left|\frac{x^n}{n}\right| = \frac{x^n}{n} \leq \frac{1}{n} < \varepsilon$

$f_n(x)$ متقاربة بانتظام من الدالة $f(x) = 0$ على $x \in [0,1]$

⑤. $f_n(x) = \frac{\sin nx}{n}$; $x \in \mathbb{R}$

$f(x) = \lim_{n \to \infty} f_n(x) = 0$

$|f_n(x) - f(x)| = \left|\frac{\sin nx}{n} - 0\right| = \left|\frac{\sin nx}{n}\right| < \frac{1}{n} < \varepsilon$ ⟸

$f_n(x)$ متقاربة ⟸ بانتظام من الدالة $f(x)$

⑥. $f_n(x) = \text{arc Tg}(nx)$ ؛ $x \in [0, +\infty[$

$f(x) = \lim_{n \to \infty} f_n(x) = \frac{\pi}{2}$

لأن $\text{arc Tg}(\infty) = \infty$

$\text{Tan} \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\cos \frac{\pi}{2}} = \frac{1}{0} = \infty$

$|f_n(x) - f(x)| = |\text{arc tg}(nx) - \frac{\pi}{2}|$

نناقش مالتين

① $x \in [0,1]$ ⟸ $x = \frac{1}{n}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$|f_n(x) - f(x)| = |\arctan n \cdot \frac{1}{n} - \frac{\pi}{2}|$

$|\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}| = \frac{\pi}{4} > \varepsilon$

ليس تقاربي

ليس تقاربي ولا منتظم

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة