كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : تبولوجيا١

المحاضرة : الخامسة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

التمرين الأول: لنأخذ في الفضاء المتري المنقطع (R,d)
$A=[-3,8]$ ، $B=\{7,12,26\}$.
عين A° ، $\overline{A}$ ، ρxA ، bdA ، A' ، IsA ، B° ، $\overline{B}$ ، bdB

الحل:
$A^\circ = A$ (مجموعة مفتوحة في الفضاء المتري المنقطع)
$\overline{A} = A$ مغلقة في الفضاء المتري المنقطع)
$bdA = A/A^\circ = \varphi$.
$\rho xA = (R/A)^\circ = R/A$.
لأن R/A مجموعة مفتوحة في الفضاء المتري المنقطع
المتمم $A' \subseteq \overline{A} = A$ ، لكن $A' \subseteq A$ $\Rightarrow A' \subseteq A$.
لنبين أن A لا يحوي نقاط
$x \in A' \Leftrightarrow \forall V \in V(x) \Rightarrow V \cap A \neq \varphi, \{x\}$
$N(x,\frac{1}{3}) = \{x\}$ من أجل x نقطة كيفية من A غير أنه $\{x\}$ هي كرة مفتوحة قرب حوار بالتالي مفتوحة مجاورة.
$\Rightarrow N(x,\frac{1}{3}) \cap A = \{x\} \cap A = \{x\} \Rightarrow x \notin A'$ ، $x \in IsA$
$A' = \varphi$ ، $IsA = A$
$\overline{B} = B$ ، $B^\circ = B$
لأن أي مجموعة في الفضاء المتري المنقطع هي مجموعة مفتوحة ومغلقة بآن معاً
$bdB = \overline{B}/B^\circ = \varphi$.

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

تمرين: في الفضاء المتري الحقيقي العادي $(\mathbb{R}, |.|)$ لنأخذ المجموعتين $A=]1,7]$ و $B=[-2,4]$

ثم A° ، $\overline{A}$ ، bdA ، B° ، $\overline{B}$ ، bdB ، C° حيث $C=\{1,2,4\}$

A°: أكبر مجموعة مفتوحة محتواة في A $\Leftarrow$ $A^\circ=]1,7[$

(A° المجال المفتوح الموافق للمجال الموجود).

$\overline{A}$: هي أصغر مجموعة مغلقة تحوي A $\Leftarrow$ أي هي أصغر مجال مغلق يحوي A.

$bdA=\overline{A}\setminus A^\circ=\{1,7\}$ ، $\overline{A}=[1,7]$.

$B^\circ=]-2,4[$ ، $\overline{B}=B$

$bdB=\overline{B}\setminus B=\{-2,4\}$.

نسمي نقاط C:

$x\in\mathbb{R}$ هل $x\in C^\circ$ بمعنى هل توجد كرة مفتوحة $N(1,\rho)$ بحيث $N(1,\rho)\subset C$

نلاحظ أنه لا يمكن أن تكون الكرة المفتوحة $N(1,\rho)$ في $(\mathbb{R},|.|)$ هي عبارة عن مجال مفتوح مركزه 1 ونصف قطره ρ.

$N(1,\rho)=]1-\rho,1+\rho[$

ولكن كل مجال مفتوح يحوي عدد لانهائي من النقاط $N(1,\rho)$

نجد محتواة في المجموعة C المنتهية $\Leftarrow 1\notin C^\circ$ لذلك

نجد: $1,2\notin C^\circ$ و $C^\circ=\varphi$.

ملاحظة: في الفضاءات المتريه (عدا المنقطع) داخلية أي مجموعة منتهية تساوي φ.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مثال: هات مثالاً في الفضاء المتري الحقيقي المعتاد
لكل مما يأتي:

1) مجموعة مفتوحة وليست مغلقة فيه.
2) مجموعة مغلقة وليست مفتوحة فيه.
3) مجموعة مغلقة ومفتوحة بنفس الوقت.
4) مجموعة ليست مغلقة وليست مفتوحة.

الحل:

1) $A=]1,2[$ مجموعة مفتوحة لأنها كرة مفتوحة (عبارة عن مجال مفتوح في $(\mathbb{R},|.|)$).
A ليست مغلقة لأنّ $\mathbb{R}\setminus A$ ليست مغلقة.

2) $B=[-3,7]$ مجموعة مغلقة وليست مفتوحة.

3) $\mathbb{R}$

4) $C=]-5,2[$ ليست مجموعة مفتوحة لأنها ليست مجال مفتوح وليست مجموعة مغلقة لأنها ليست مجال مغلق.

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة