كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الاولى**

المادة : رياضيات عامة٢

المحاضرة : الثانية/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

1. أوجد نهاية كل من النوابع الآتية

$$f(x)=\frac{2\sin x-\sin 2x}{x^3} \qquad x\to 0$$

$\lim_{x\to 0} f(x)=\frac{0}{0}$ عدم تعيين

نطبق قاعدة ديبتال:

$$\lim_{x\to 0} f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{(2\sin x-\sin 2x)'}{(x^3)'}=\lim_{x\to 0}\frac{2\cos x-2\cos 2x}{3x^2}\to\left(\frac{0}{0}\right)$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{(2\cos x-2\cos 2x)'}{(3x^2)'}=\lim_{x\to 0}\frac{-2\sin x+4\sin 2x}{6x}=\lim_{x\to 0}\frac{(-2\sin x+4\sin 2x)'}{(6x)'}$$

$\to \frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{-2\cos x+8\cos 2x}{6}=\frac{-2+8}{6}=1$$

2. $$f(x)=\begin{cases}\dfrac{|x-3|}{x-3} & : x\neq 3 \\ 0 & : x=3\end{cases} \qquad x\to 3$$

$$\lim_{x\to 3^-} f(x)=\lim_{x\to 3^-}\frac{-(x-3)}{x-3}=-1$$

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$\lvert x-3\rvert$		$-x+3$	0	$x-3$	

$$\lim_{x\to 3^+} f(x)=\lim_{x\to 3^+}\frac{x-3}{x-3}=1$$

بما أن $\lim_{x\to 3^-} f(x)\neq\lim_{x\to 3^+} f(x)$ فإن النهاية عند $x=3$ لا توجد

2

3. $f(x) = \dfrac{x \cdot \sin x}{1 - \cos x}$ $\quad x \to 0$

$\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \dfrac{0}{0}$ عدم تعيين

نطبق أ دبيتال

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} \frac{(x.\sin x)'}{(1-\cos x)'} = \lim_{x\to 0} \frac{1.\sin x + x.\cos x}{+\sin x} \quad \to \frac{0}{0}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{(\sin x + x.\cos x)'}{(\sin x)'} = \lim_{x\to 0} \frac{\cos x + \cos x - x\sin x}{\cos x}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{2\cos x - x.\sin x}{\cos x} = \frac{2-0}{1} = 2$$

2. عين قيم الثوابت a, b من $\mathbb{R}$ بحيث تكون الدالة $f(x)$ مستمرة على $\mathbb{R}$

لتمرين

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a & : 2 < x \\ bx^3 + b & : 1 \le x \le 2 \\ x & : x < 1 \end{cases}$$

$x \mapsto x^2 + a$ مستمرة على $]2, +\infty[$

$x \mapsto bx^3 + b$ مستمرة على $]1, 2[$

$x \to x$ مستمرة على $]-\infty, 1[$

نبين أن f مستمرة عند $x=1$, $x=2$

متى تكون f مستمرة عند $x=1$ $\Leftarrow$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x)$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} (x) = 1 \quad , \quad \lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} (bx^3 + b) = b + b = 2b$$

$$\Rightarrow 2b = 1 \Rightarrow \boxed{b = \frac{1}{2}}$$

$$a + 4 = \frac{9}{2} \Leftarrow \lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^+} f(x) \Leftarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = 8b + b = 9b \Rightarrow 9b = \frac{9}{2} \\ \lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = 4 + a \end{cases}$$

$\Rightarrow \boxed{a = \frac{1}{2}}$

f مستمرة عند $x=2$ لأن b مستمرة عند

3

3. أثبت أن $\lim_{x\to 9} \frac{\sin(\sqrt{x}-3)}{x} = \frac{1}{6}$ ، $\lim_{x\to 2} \frac{\sin(x^2-4)}{x-2} = 4$

$\lim_{x\to 2} \frac{\sin(x^2-4)}{x-2} = \frac{0}{0}$ عدم تعيين $\xrightarrow[\text{أو بيتال}]{\text{نظيه}} \lim_{x\to 2} \frac{(\sin(x^2-4))'}{(x-2)'} = \lim_{x\to 2} \frac{2x\cos(x^2-4)}{1}$

$= \frac{4(1)}{1} = 4$

$\lim_{x\to 9} \frac{\sin(\sqrt{x}-3)}{x} = \frac{0}{0}$ عدم تعيين

نظيه لو أو بيتال

$\lim_{x\to 9} \frac{\sin(\sqrt{x}-3)}{x} = \lim_{x\to 9} \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}\cos(\sqrt{x}-3)}{1} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{9}}\cos(\sqrt{9}-3)}{1}$

$= \frac{1}{6}(1) = \frac{1}{6}$

مراجعة لأهم قواعد الاشتقاق

1. $(x^n)' = n.x^{n-1}$
2. $([g(x)]^n)' = n.g'(x).(g(x))^{n-1}$
3. $(\sqrt{g(x)})' = \frac{g'(x)}{2\sqrt{g(x)}}$
4. $(\sqrt[n]{g^m(x)})' = (g^{\frac{m}{n}}(x))' = \frac{m}{n}.g'(x).g^{\frac{m}{n}-1}(x)$
5. $(\ln(g(x)))' = \frac{g'(x)}{g(x)}$
6. $(e^{g(x)})' = g'(x).e^{g(x)}$
7. $(a^{g(x)}) = g'(x).a^{g(x)}.\ln(a)$
8. $(\sin x)' = \cos x$
9. $(\cos x)' = -\sin x$
10. $(\tan x)' = 1+\tan^2 x$

4

أوجد مشتقات الدوال الآتية

1. $f(x) = [\ln(\tan x)]^2$

$$f'(x) = 2.\ln(\tan(x)).(\ln[\tan(x)])' = 2\ln(\tan x).\frac{1+\tan^2 x}{\tan x}$$

2. $f(x) = \sqrt{x^{2+\pi}}$

$$f(x) = x^{\frac{2+\pi}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{2+\pi}{2} x^{\frac{2+\pi}{2}-1} = \frac{2+\pi}{2} x^{\frac{\pi}{2}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{2+\pi}{2} \sqrt{x^{\pi}}$$

3. $f(x) = x^x$

$$f(x) = x^x = e^{x\ln x}$$

$$f'(x) = (x.\ln x)'.\ e^{x.\ln x} = (1.\ln x + x.\frac{1}{x})\ e^{x\ln x}$$

$$= (1+\ln x)\ x^x$$

مكتبة A to Z