كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثانية**

المادة : كهرباء ومغناطيسية١

المحاضرة : السابعة /نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

الدارات الكهربائية :

Electric circuits

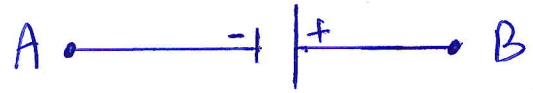
• القوة المحركة الكهربائية : Electromotive Force

• من الواضح أن الحصول على تيار مستمر في أي عنصر مستهلك للطاقة الكهربائية كالمقاومة الأومية مثلاً يستوجب أن نصل مربطي هذا العنصر بجهاز وظيفته الاحتفاظ بقيمة ثابتة لفرق الكمون بين مربطي هذا العنصر المستهلك للطاقة يطلق على هذا الجهاز اسم مولد الكهربائي .

• ويبدو عندئذٍ أن كل الشحنات المتحركة التي يحرفها التيار في العنصر المستهلك للطاقة تدخل إلى المولد من قطبه السالب ثم تخرج من قطبه الموجب دون أي تغيير قيمتها إذ لولا ذلك لحدث تراكم مستمر للشحنات في مكان ما من العنصر المستهلك ، أو المولد ، أو أسلاك التوصيل .

• ينتج من ذلك أن شدة التيار الذي يخرج من المولد تساوي شدة التيار الذي يدخل إليه .

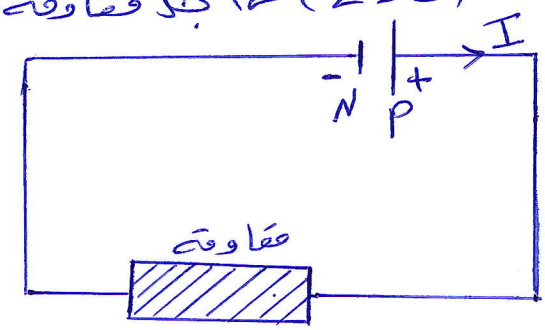
• نطلق على مخرج التيار من المولد القطب الموجب Positive P(+) وعلى مدخله اسم القطب السالب Negative N(-) ومن الواضح أن القطب الموجب هو القطب ذو التكون الأعلى كما في الشكل (8-1) .



الشكل (8-1)

• نطلق على كل مقنن مغلق ترسمه الشحنة الكهربائية لدى مرورها مجموعة من العناصر المربوطة بعضها ببعض بنواقل لنقل الطاقة والمولدات الكهربائية بالدارة الكهربائية .

• نوضح ذلك بالشكل (8-2) من أجل مقاومة مثلاً.



الشكل (8-2)

• لقد دلت التجارب على أنه إذا مر تيار كهربائي شدته I في مولد كهربائي فإن طاقة حرارية تظهر فيه أثناء مرور التيار الكهربائي حسب قانون جول- لنز:

لنرمز: dW للطاقة الحرارية التي تظهر في المولد خلال الفترة الزمنية dt حسب قانون جول- لنز تعطى قيمة هذه الطاقة بالعلاقة:

$$dW = r \cdot I^2 \cdot dt \quad (1-8)$$

نسمي المقدار r بالمقاومة الداخلية للمولد وواحدتها (Ω) لأن أبعادها القياسية هي نفسه أبعاد المقاومة الأومية.

• لنرمز الآن بـ: $dq = I \cdot dt$ للشحنة التي يخرج التيار من القطب الموجب للمولد حيث الكمون الأعلى V_p وبعد أن يمر التيار في أسلاك التوصيل والعنصر المستهلك للطاقة يعود إلى المولد من قطبه السالب V_N وخلال هذا المسار تكون كمية الكهرباء قدمت من طاقتها الكهربائية المقدار:

$$dW' = (V_p - V_N)\, dq = (V_p - V_N)\, I \cdot dt \quad (2-8)$$

وهكذا نجد أن الطاقة التي تصرفها هذه الشحنة خلال دورة كاملة تساوي:

$$dW = dW' + dW = (V_p - V_N) \cdot I \cdot dt + r \cdot I^2 \cdot dt \quad (3-8)$$

• نسمي المقدار $(V_p - V_N) + rI$ بالقوة المحركة الكهربائية للمولد ونرمز لها بالرمز e. إذن تصبح العلاقة (3-8) كما يلي:

$$dW = e\,I\,.dt \quad (4-8)$$

أو $$e = \frac{dW}{I.dt} = \frac{dW}{dq} = \frac{P}{I} \quad (5-8)$$

$$\Rightarrow P = eI \quad (6-8)$$

• إذن يمكن تعريف القوة المحركة الكهربائية للمولد e من العلاقتين (5-8) و (6-8) بأنها نسبة العمل أو الطاقة التي يقدمها المولد على الشحنة الكهربائية التي تجتاز، أو بتعبير آخر نسبة الاستطاعة الكهربائية التي يقدمها المولد على شدة التيار المار فيه.

• القوة المحركة الكهربائية العكسية:

نطلق اسم الآخذة على كل جهاز يستهلك الطاقة الكهربائية، ويحولها إلى شكل آخر غير حراري "ميكانيكي أو كيميائي". ولكن هذا لا يمنع أن تكون هناك حرارة تتولد في الآخذة أثناء مرور التيار فيها. لنرمز بـ dW للطاقة الكهربائية التي تتحول في الآخذة إلى حرارة و dW' للطاقة الكهربائية التي تتحول إلى كل الشكل غير حراري وذلك خلال المدة الزمنية dt:

$$dW = r.I^2.dt \quad (7-8)$$

نسمي المقدار r بالمقاومة الداخلية للآخذة، ونطلق على المقدار e' الذي يحقق العلاقة:

$$dW' = e'.I.dt \quad (8-8)$$

اسم القوة المحركة الكهربائية العكسية للآخذة، إذن ع لعلاقة (8-8)

وبنفس الطريقة التي عرفنا بها ع نجد:

$$e' = \frac{dW'}{I.dt} = \frac{P'.dt}{I.dt} = \frac{P'}{I} \Rightarrow P' = e'.I \quad (9-8)$$

حيث P' هي الاستطاعة الكهربائية التي تحولها الآخذة إلى شكل غير حراري

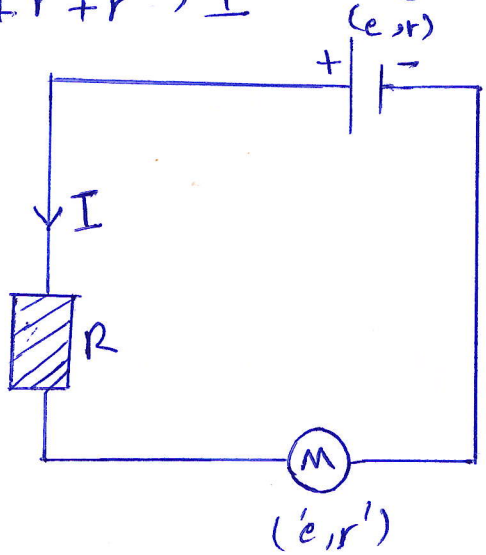
تطبيق:

لتكن لدينا دارة كهربائية تحوي مولداً قوته المحركة الكهربائية ع ومقاومته الداخلية r ولنربط بين قطبيه على التسلسل مقاومة أومية R وآخذة قوتها المحركة الكهربائية العكسية e' ومقاومتها الداخلية r' كما في الشكل (8-3) لحساب عكن اعتبار ربط الآخذة في هذه الدارة.

الحل: الاستطاعة الكهربائية المولدة تساوي مجموع الاستطاعات الكهربائية المستهلكة في الدارة "حسب مبدأ انحفاظ الطاقة" أي أن:

$$eI = e'I + (R+r+r')I^2$$

$$\Rightarrow e - e' = (R+r+r')I \quad (10-8)$$



الشكل (8-3)

من هذه العلاقة نلاحظ إمكانية اعتبار الأخذة في الدارة كحمل مربوط على التسلسل مع المولد، وعندئذٍ نرسم الشكل حيث يدخل التيار من قطب الموجب ويخرج من قطب السالب.

• قانون أوم في الدارات الكهربائية:

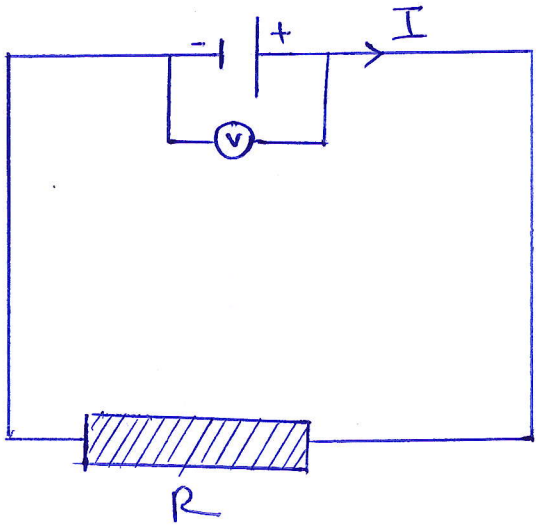
ohm's law in the Electric circuits.

ليكن لدينا مولد كهربائي قوته المحركة الكهربائية e ومقاومته الداخلية r، نربط بقطبي المولد مقياس فولط على التفرع كما في الشكل (8-4).

• استناداً إلى مبدأ انحفاظ الطاقة وتعريف القوة المحركة الكهربائية نستنتج أن:

القوة المحركة الكهربائية e تساوي عددياً الطاقة التي تحصل على واحدة الشحنة الكهربائية في الدارة الداخلية للمولد، وفرق الكمون V هو عبارة عن الطاقة التي تفقدها هذه الشحنة في الدارة الخارجية، إضافة إلى ذلك تفقد هذه الشحنة في الدارة الداخلية طاقة قدرها rI تتحول على شكل حرارة في المولد.

• وبما أن الطاقة لا تفنى ولا تخلق من العدم إذن الشحنة تحصل على نفس المقدار من الطاقة التي تفقدها أثناء مرورها في الدارة الكهربائية إذن:



الشكل (8-4)

$$e = V + rI = RI + rI$$

$$\Rightarrow I = \frac{e}{R+r} \qquad (11-8)$$

تسمى العلاقة (8-12) قانون أوم. واضح من هذه العلاقة أن شدة التيار الكهربائي تتناسب طرداً مع القوة المحركة الكهربائية وعكساً مع مجموع المقاومة الخارجية والداخلية.

• إذا كانت R كبيرة جداً بالمقارنة مع r فإن فرق الكمون في الدارة الخارجية أي بين قطبي المولد يكون مساوياً تقريباً القوة المحركة الكهربائية R أي أن:

$$V \approx e$$

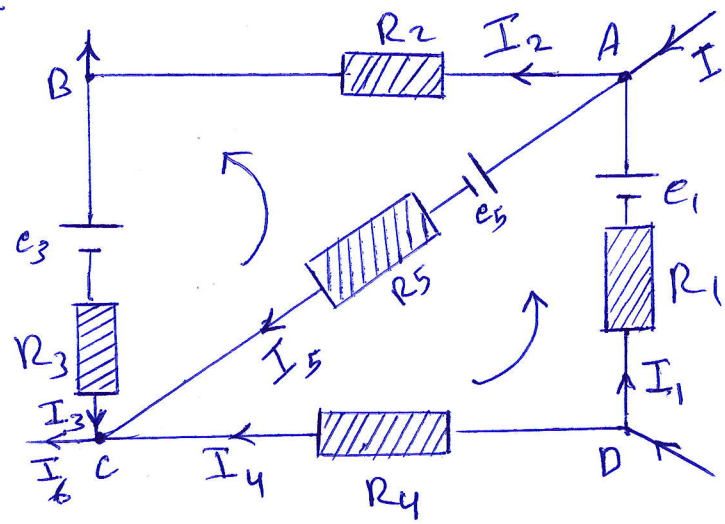
• الدارة القصيرة:

تسمى توصيل قطبي مولد بناقل ذي مقاومة صغيرة جداً بالدارة القصيرة، وتكون شدة التيار في هذه الحالة كبيرة نسبياً ومحدودة بالمقاومة الداخلية للمولد فقط وتكون المقاومة الخارجية R للناقل الذي يغلق دارة المولد مساوية الصفر وتصبح علاقة أوم الذي يمثل تيار الدارة القصيرة.

$$I = \frac{e}{r}$$

• الشبكات المعقدة وقانونا كيرشوف: Kirchhoff's Law

نطلق اسم شبكة على مجموعة من المقاومات والمولدات والآخذات موصولة بعضها ببعض ونطلق اسم عقدة على كل نقطة يلتقي فيها أكثر من تيارين، كما نسمي فرعاً كل عنصر من الشبكة واقع بين عقدتين متتاليتين. ونسمي كل مجموعة من الفروع التي تشكل دارة مغلقة بالحلقة ونبين فيما يلي كلاً من العقد والفروع والحلقات على الدارة الممثلة بالشكل (8-5).



الشكل (8-5)

• العقد مثل A ، B ، C

• الفروع مثل AD ، BC ، ...

• الحلقة مثل ABCDA و ACDA

• الدارة الكهربائية هي الدارة المبينة بالشكل (8-5).

إن حسابات الشبكة تعود إلى حساب التيارات الكهربائية في مختلف فروع الشبكة بعد معرفة المقاومات والقوى المحركة الكهربائية فيها. وهذه الحسابات تتم بواسطة القانونين التاليين المنسوبين إلى كيرشوف أو بتعبير آخر فإن قانوني كيرشوف يعالجان توزيع التيارات الكهربائية في الشبكات.

القانون الأول: قانون العقد:

ينص هذا القانون على أن المجموع الجبري للتيارات المتلاقية في عقدة من الشبكة يساوي الصفر. وهذا القانون يعتمد على قانون انحفاظ الشحنة حيث نصطلح على اعتبار التيارات الداخلة إلى العقدة موجبة والتيارات الخارجة منها سالبة.

مثال عن ذلك العقدة C:

$$I_5 + I_3 + I_4 - I_6 = 0$$

$$\Rightarrow I_3 + I_4 + I_5 = I_6$$

وكذلك عند العقدة A. ويمكن تعميم ذلك رياضياً بالعلاقة:

$$\sum I = 0 \qquad (12-8)$$

إذاً لا يمكن تخزين التيار الكهربائي في العقدة، فالتيار الذي يدخل إلى العقدة يجب أن يساوي التيار الذي يخرج منها.

القانون الثاني: قانون الحلقات أو الشبكات:

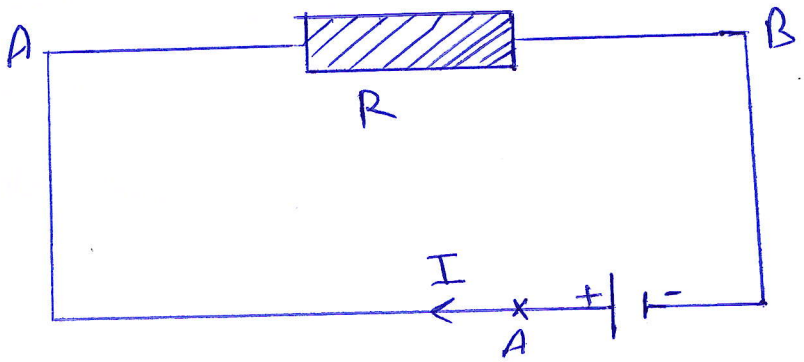
وينص على أنه في أية دارة كهربائية يساوي مجموع حاصل ضرب المقاومات في شدة التيار الكهربائي الذي يجتازها. ويمكن التعبير عن ذلك رياضياً بالعلاقة:

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i = \sum_{i=1}^{n} R_i I_i \qquad (13-8)$$

حيث R تمثل هنا جميع المقاومات الداخلية والخارجية في الشبكة الكهربائية.

- يمكن التعبير مبدئياً عن القانون الثاني لكيرشوف كقانون لحفظ فرق الكمون أي أن مجموع تغيرات فرق الكمون في دارة مغلقة يساوي الصفر، أي أن مجموع الجبري لزيادة ونقصان فرق الكمون في الدارة يكون معدوماً على اعتبار نقصان الكمون سالباً وزيادته موجبة.

- فمثلاً إذا انتقلنا من النقطة A إلى النقطة B عبر المقاومة R كما في الشكل (6-8)



الشكل (6-8)

وذلك في اتجاه التيار تكون النقطة A ذات كمون أعلى. ولذلك يكون التغير في الكمون من A إلى B يساوي (+RI).

- هذا وعند تطبيق قانون كيرشوف نتبع الخطوات التالية:

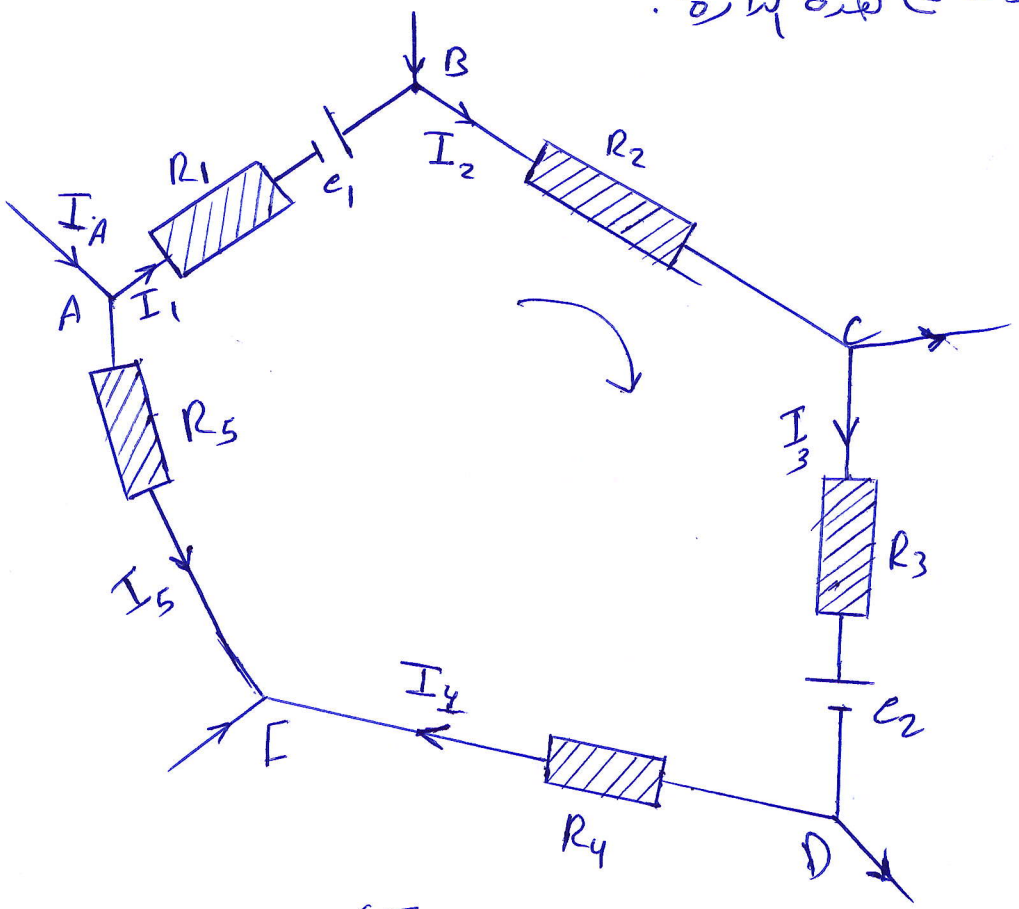
1- نختار على كل فرع من فروع الحلقة جهة موجبة للتيار بشكل تحكمي ونعتبر شدة التيار مقداراً جبرياً موجباً في الجهة المختارة، وسالباً في الجهة المعاكسة. وبشكل عام نعتبر التيار الداخل إلى العقدة موجباً، التيار الخارج منها سالباً. كما نختار جهة موجبة للدوران في كل حلقة.

2 - نعتبر القوة المحركة الكهربائية موجبة إذا اخترقناها لقطب الموجب المولد باتجاه الجهة الموجبة للدوران على الشبكة وسالبة في الاتجاه المعاكس.

3 - نعتبر نفرة الكمون بين طرفي المقاومة RI موجباً إذا كانت جهة التيار حسب الاصطلاح الموجب للدوران وسالباً في الاتجاه المعاكس.

تطبيقات على قانوني كيرشوف :

تطبيق (1): لتكن لدينا الدارة الكهربائية المبينة في الشكل (8-7) والمطلوب تطبيق قانوني كيرشوف على هذه الدارة.



الشكل (8-7)

1 - قانون العقد :

في العقدة A :

$$\sum I = 0$$

$$\Rightarrow I_A - I_1 - I_5 = 0$$

وهكذا إلى بقية العقد B و C و D و F حيث اعتبرنا التيارات الداخلة إلى العقدة موجبة والخارجة منها سالبة. نختار اتجاهاً موجباً للدوران باتجاه عقارب الساعة.

ونطبق القانون الثاني:

$$\sum \varepsilon_i = \sum I_i R_i$$

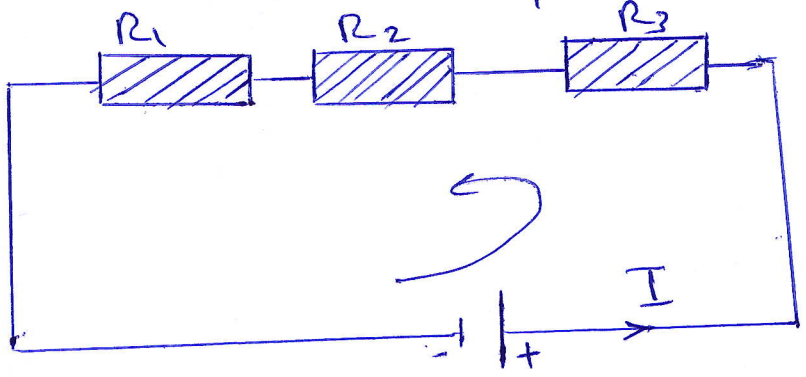
$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3 - I_4 R_4 - I_5 \cdot R_5$$

وصل المقاومات أو النواقل: Resistors in connected of condoctors

توجد طريقتان لوصل المقاومات أو النواقل في الدارة الكهربائية هما الوصل على التسلسل والوصل على التفرع.

P- وصل المقاومات على التسلسل: Resistors or condoctors

يتم هذا الوصل عندما تكون نهاية طرف أحد المقاومات أو النواقل متصلة ببداية المقاومة للطرف الآخر كما في الشكل (8-8).



الشكل (8-8)

• إن فرق الكمون بين طرفي كل مقاومة يختلف عن فرق الكمون بين طرفي المقاومة.

$$V_3 = R_3 . I \quad , \quad V_2 = R_2 I \quad , \quad V_1 = R_1 I$$

أما شدة التيار فتكون ثابتة في هذه الحالة وإذا طبقنا قانون كيرشوف الثاني على هذه الدارة بعد اختيار اتجاه موجب للدوران عكس اتجاه عقارب الساعة أي أن:

$$\mathcal{E} = R_1 I + R_2 I + R_3 I + rI$$

عندما تكون r صغيرة جداً بالنسبة لـ R يكون لدينا $\mathcal{E} \approx V = RI$ أي أن:

$$RI = R_1 I + R_2 I + R_3 I$$

$$\Rightarrow R = R_1 + R_2 + R_3$$

وفي حالة n مقاومة موصولة على التسلسل تكون المقاومة المكافئة لمجموع هذه المقاومات أي أن:

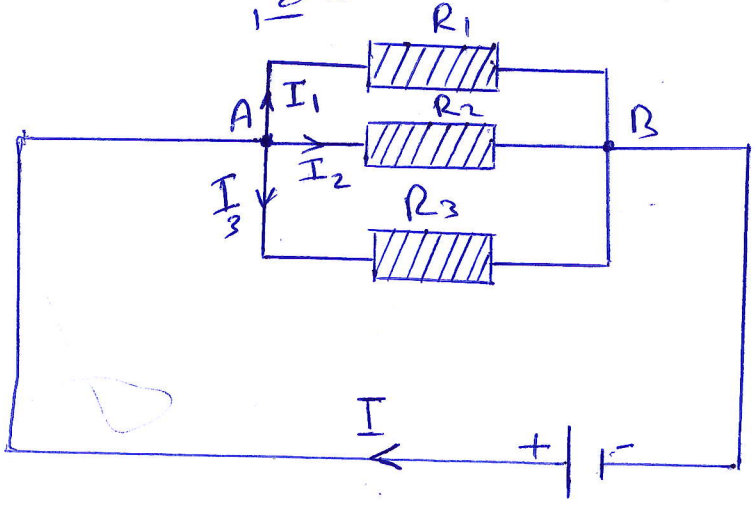
$$R = \sum_{i=1}^{n} R_i \qquad (14-8)$$

حيث $\sum R_i$ تمثل جميع المقاومات الداخلية والخارجية في الدارة الكهربائية.

وصل المقاومات أو النواقل على التفرع:

Resistors of Condoctors in Parallel:

عند الوصل على التفرع يوصل الطرف الأول لجميع المقاومات إلى عقدة واحدة، ويوصل الطرف الآخر إلى العقدة الأخرى كما في الشكل (8-9).



بتطبيق قانون كيرشوف الأول على العقدة A نجد أن:

$$\sum I_K = 0 \Rightarrow I - I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$\Rightarrow I = I_1 + I_2 + I_3 \qquad (15-8)$$

وبما أن جميع المقاومات بين النقطتين A و B موصولة إلى منبع واحد، فإن حسب قانون أوم:

$$I_1 = \frac{V_A - V_B}{R_1} \; , \; I_2 = \frac{V_A - V_B}{R_2} \; , \; I_3 = \frac{V_A - V_B}{R_3}$$

وإذا بالتعويض في العلاقة (15-8) نجد:

$$I = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)(V_A - V_B)$$

$$\Rightarrow \frac{I}{V_A - V_B} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

لنسمي المقاومة المكافئة $R = \frac{V_A - V_B}{I}$ إذن:

$$\frac{I}{V_A - V_B} = \frac{1}{R} \quad \text{إذن:} \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

في حالة n مقاومة موصولة على التفرع يكون لدينا:

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i} \qquad (16-8)$$

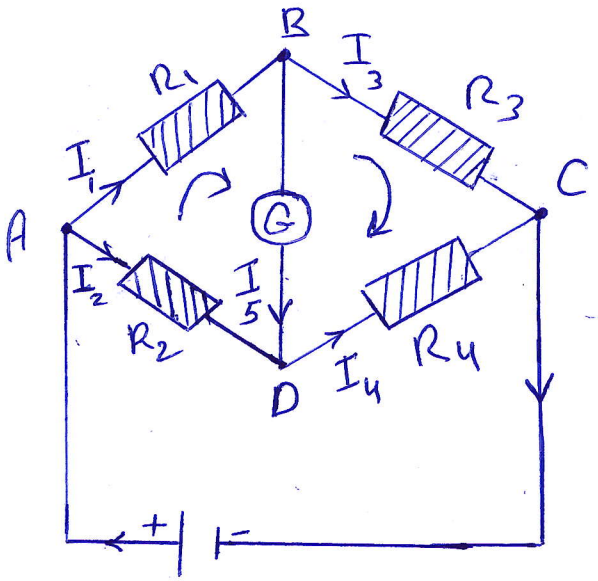
حيث R_i هي جميع المقاومات الداخلية والخارجية في الدارة الكهربائية.

يجب ملاحظة أن قيمة المقاومة المكافئة في حالة الوصل التسلسلي يجب أن تكون أكبر من أكبر قيمة لأي مقاومة موجودة في الدارة الكهربائية.

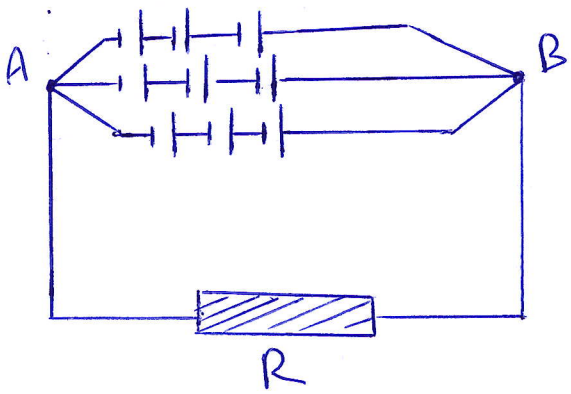
• أما في حالة الوصل على التفرع فيجب أن تكون المقاومة أصغر ما أمكن فتكون مقاومة موجودة في الدارة الكهربائية.

تطبيق : جسر وطسن Wheatstone Bridge

هو عبارة عن دارة كهربائية مصممة لقياس المقاومات في حالة التيار المستمر ولقياس ما يعمل بالمانعات في حالة التيار المتناوب. ويعتبر جسر وطسن أكثر الأجهزة استخداماً لقياس المقاومات ويتألف من دارة كهربائية مغلقة ABCD تحوي أربع مقاومات كما في الشكل (13-8) R_1 ، R_2 ، R_3 ، R_4.



الشكل (13-8)



الشكل (12-8)

• سوف نفرض أن R_1 مجهولة ونعين قيمتها بدلالة قيم المقاومات الأخرى R_2 و R_3 و R_4.

نطبق قانون كيرشوف الأول على العقد A ، B ، C ، D فنجد:

العقدة A $\quad I = I_1 + I_2$

العقدة B $\quad I_1 = I_3 + I_5$ (21-8)

العقدة C $\quad I = I_3 + I_4$

العقدة D $\quad I_4 = I_5 + I_2$

• نطبق قانون كيرشوف الثاني على الشبكتين ADB و BDC بعد اختيار الاتجاه الموجب للدوران باتجاه عقارب الساعة.

ADB على الحلقة: $R_1 I_1 + r_5 I_5 - R_2 I_2 = 0$

BDC على الحلقة: $R_3 I_3 - R_4 I_4 - r_5 I_5 = 0$ (22-8)

حيث r_5 المقاومة الداخلية لمقياس الغلفاني.

• يكون الجسر في حالة توازن عندما يكون تيار المار في الغلفاني (G) صاوياً للصفر ويتم ذلك باختيار قيم معينة للمقاومات في الدارة.

في حالة توازن الجسر يكون الفرق بين النقطتين B و D معدوماً أي أن:

$V_A - V_B = V_A - V_D \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2$

$V_B - V_D = 0 \Rightarrow I_5 = 0 \Rightarrow I_2 = I_4$ و $I_1 = I_3$ (23-8)

بما أن: $V_B = V_D$

$V_A - V_B = V_A - V_D \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2$ (24-8)

$V_B - V_C = V_D - V_C \Rightarrow R_3 I_3 = R_4 I_4$

بقسمة المعادلتين (23-8)، (24-8) نجد:

$$\frac{R_1 I_1}{R_3 I_3} = \frac{R_2 I_2}{R_4 I_4} \Rightarrow \frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} \Rightarrow R_1 = \frac{R_2 R_3}{R_4}$$ (25-8)

• يوجد نوع شائع من جسر وطاطن، وهو جسر وطاطن بلتري الذي يتركب من سلك مقاومة AC منتظم المقطع، مشدود على قاعدة خشبية كما في الشكل (24-8).

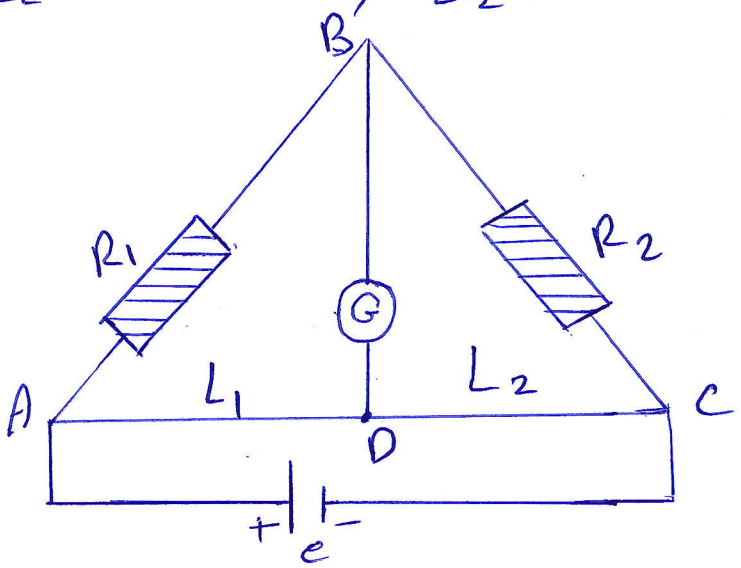
وموصل طرفا السلك بمولد قوته المحركة الكهربائية ε. توصل المقاومة المجهولة R_1 إلى النقطة A بينما توصل مقاومة معيارية R_2 إلى النقطة C.

يوصل الغلفانومتر بالنقطة المتحركة على السلك AC.

لاحداث التوازن عند النقطة D مثلاً التي تقسم طول السلك بنسبة $\frac{L_1}{L_2}$ وهي النسبة نفسها بين مقاومة الطول L_1 إلى مقاومة الطول L_2 من سلك الجسر.

• بتطبيق قانون أوم $R = \rho \frac{L}{S}$ وشرط توازن جسر وطسون نجد لدينا:

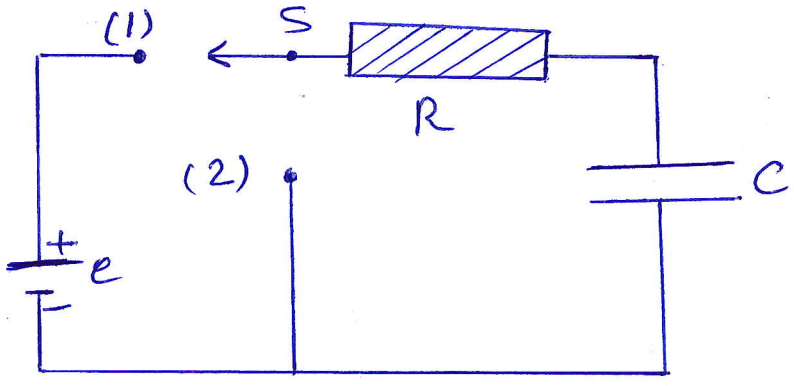
$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{L_1}{L_2} \Rightarrow R_1 = R_2 \frac{L_1}{L_2} \quad (26-8)$$



الشكل (8-14)

• دارة شحن وتفريغ مكثفة غير مقاومة: RC Circuit

• لتكن لدينا دارة كهربائية مؤلفة من مولد قوته المحركة الكهربائية e ومقاومته الداخلية مهملة ومن مقاومة أومية R ومكثفة سعتها C كما في الشكل (8-15).



الشكل (8-15)

1- شحن المكثفة :

عند اغلاق القاطعة S على الوضع (1) نميز تيار كهربائي شدته i يزودي ذلك إلى ظهور فرق كمون بين طرفي المكثفة والمقاومة كما يلي :

$$V_R = Ri \quad ; \quad V_C = \frac{q}{C}$$

لدينا حسب قانون جمع التوترات :

$$e = V_R + V_C = Ri + \frac{q}{C}$$

تم عملية الشحن كما يلي : في اللحظة $t=0$ فإن $V_C = 0$ أي :

$$e = V_R = i_0 R$$

أي كأنه يوجد أي شحنة كهربائية في المكثفة أي أن : $q = 0$.

وعندما تبلغ المكثفة شحنتها العظمى يتوقف مرور التيار الكهربائي أي أن $V_R = 0$ ويصبح فرق الكمون بين طرفي المكثفة هو V_C أي أن $q = eC$.

لكي يجاد الشحنة q على المكثفة والتيار المار في الدارة نعتبر الشروط السابقة عند أي لحظة t نجد :

$$e = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} \Rightarrow e - \frac{q}{C} = R\frac{dq}{dt}$$

بالتكامل :

$$\frac{dq}{ec - q} = \frac{dt}{RC} \Rightarrow \frac{d(q - ec)}{ec - q} = \frac{dt}{RC}$$

$$\int_0^q \frac{d(q-ec)}{ec-q} = \int_0^t \frac{dt}{RC} \Rightarrow -\left[\ln(ec-q)\right]_0^q = \left[\frac{t}{RC}\right]_0^t$$

$$\Rightarrow -\ln(ec-q) = \frac{t}{RC} \Rightarrow +\ln(ec-q) - \ln(ec) = -\frac{t}{RC}$$

$$+\ln(ec)$$

$$\Rightarrow \ln\frac{[ec-q]}{ec} = -\frac{t}{RC} \Rightarrow \ln(ec-q) = \ln ec \cdot e^{\left(-\frac{t}{RC}\right)}$$

$$\Rightarrow ec - q = ec \cdot e^{-t/RC} \Rightarrow q = ec - ec \cdot e^{-t/RC}$$

$$\Rightarrow q = ec\left(1 - e^{-t/Rc}\right) \quad (27-8)$$

وبالتالي فشدة التيار باشتقاق العلاقة (27-8) بالنسبة للزمن أي أن:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{e}{R} \cdot e^{-t/Rc} \quad (28-8)$$

2- تفريغ المكثفة:

من أجل تفريغ المكثفة نعزل المولد عن الدارة الكهربائية وذلك بنقل القاطعة إلى الوضع (2) كما في الشكل (15-8) فتقوم المكثفة بدور مولد فتفرغ شحنتها في الدارة ويتولد عن ذلك تيار وتصبح طاقة الشكل مبددة في المقاومة كما في الشكل (15-8) عندما $t \to \infty$ فإن $q_0 = ec$ فقد أزيلت القاطعة S إلى الوضع (2) إذن:

$$iR + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow R \cdot \frac{dq}{dt} = -\frac{q}{C} \quad (29-8)$$

$$\Rightarrow \int_{q_0}^{q} \frac{dq}{q} = \int_0^t -\frac{dt}{RC} \Rightarrow (\ln q)_{q_0}^{q} = -\frac{t}{RC} \Rightarrow \ln(q) - \ln(q_0) = -\frac{t}{RC}$$

$$\Rightarrow \ln(q/q_0) = -\frac{t}{RC}$$

$$\Rightarrow q = q_0 \cdot e^{-t/RC} \quad (30-8)$$

$$\Rightarrow i = \frac{dq}{dt} = -\frac{q_0}{RC} \cdot e^{-t/RC} \quad (31-8)$$

نلاحظ أن المكثفة تفرغ شحنتها عندما $t \to \infty$ وأن هذه الشحنة تتناقص بشكل أسي وتتقطع ثابت الزمن السعوي، وعندما $t = RC$ فإن $q = \frac{q_0}{e}$.

تمثل العبارة $\frac{q_0}{RC}$ شدة التيار العظمى عندما $t = 0$ أي i_0.

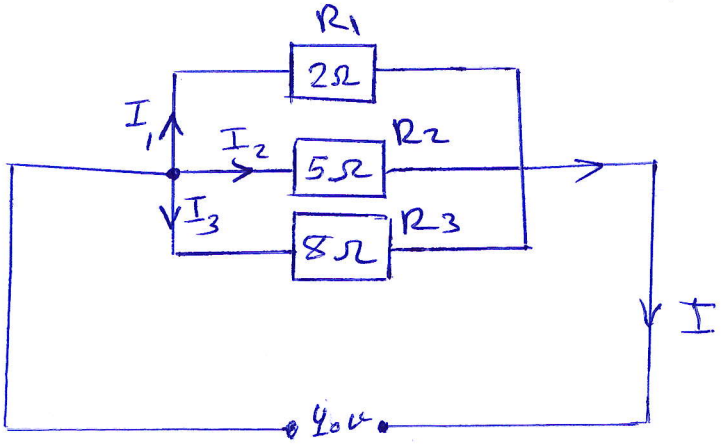
إذن يمكن كتابة العلاقة (8-31) كما يلي:

$$i = -i_0 e^{-t/RC} \qquad (8-32)$$

وتعني الإشارة السالبة في العلاقتين (8-31) و (8-32) أن تيار التفريغ يعاكس تيار الشحن. ونلاحظ أن تيار الشحن ينعدم عندما $t \to \infty$.

مثال (1):

ثلاث مقاومات قيمتها $(2, 5, 8)\ \Omega$ وصلت على التوازي بمصدر للجهد مقداره 40 Volt. احسب شدة التيار في كل مقاومة وشدة التيار في الدارة واحسب المقاومة المكافئة.



الحل: بما أن المقاومات الثلاث على التفرع فإن الجهد يكون متساوي

$$V = V_1 = V_2 = V_3 = 40 \text{ Volt}$$

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{40}{2} = 20A$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{40}{5} = 8A$$

$$I_3 = \frac{V_3}{R_3} = \frac{40}{8} = 5A$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 20 + 8 + 5 = 33A$$

المقاومة المكافئة $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{8}$

$= 0,825 \Rightarrow R_{eq} = 1,21\ \Omega$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{40}{1,21} = 33\ A$$

مسألة (2):

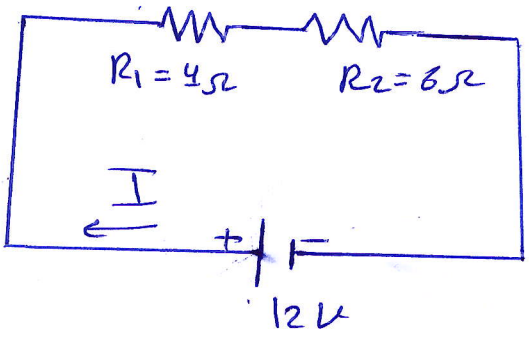
لتكن الدارة موصولة كما في الشكل التالي:

1- أوجد المقاومة المكافئة. 2- احسب شدة التيار الكلي.

3- احسب فرق الكمون بين طرفي كل مقاومة

4- احسب الطاقة المصروفة في كل مقاومة.

5- احسب الطاقة الكلية.



الحل:

1 - $R_{eq} = R_1 + R_2 = 4 + 6 = 10\ \Omega$

2- $I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{12}{10} = 1,2\ A$

3 - $V_1 = R_1 . I = 4 \times 1,2 = 4,8$ volt

$V_2 = R_2 . I = 6 \times 1,2 = 7,2$ volt

4- $P = I^2 \cdot R \Rightarrow P_1 = (1,2)^2 \times 4 = 5,76$ watt

أو $P = V \cdot I \Rightarrow P_1 = 4,8 \times 1,2 = 5,76$ watt

$P_2 = (1,2)^2 \times 6 = 8,64$ watt

أو $P_2 = 7,2 \times 1,2 = 8,64$ watt

5- $P = P_1 + P_2 = 5,76 + 8,64 = 14,4$ watt

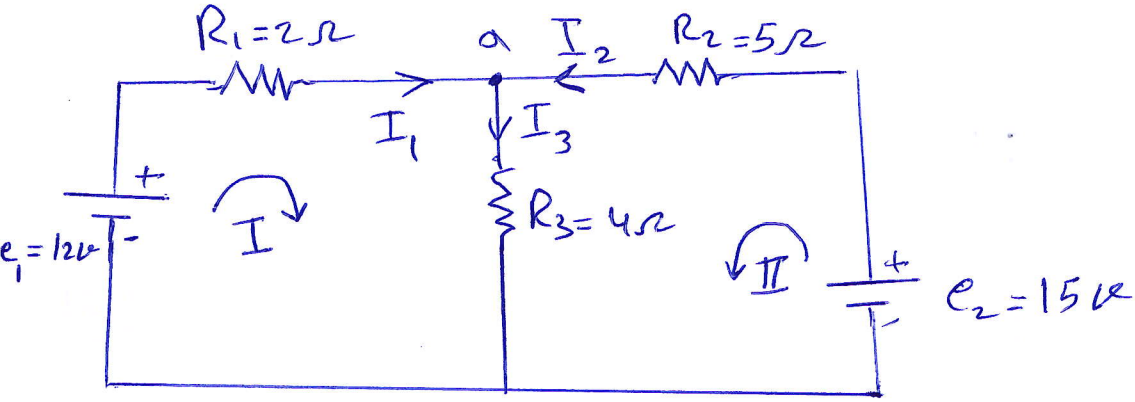
أو $P = I \cdot V = 1,2 \times 12 = 14,4$ watt

أو $P = I^2 \cdot R_{eq} = (1,2)^2 \times 10 = 14,4$ watt

مسألة (3):

ليكن لدينا الدارة الموضحة بالشكل التالي:

المطلوب: احسب التيارات I_1 و I_2 و I_3.



الحل: نطبق قانون كيرشوف الأول: $\sum I = 0$

$I_3 = I_1 + I_3$ [1]

بتطبيق قانون كيرشوف الثاني على الحلقة I :

$$\sum_i e_i = \sum_i R_i \cdot I_i \Rightarrow e_1 = R_1 I_1 + R_3 \cdot I_3$$

$$12 = 2 I_1 + 4 I_3$$

$$\Rightarrow I_1 = 6 - 2 I_3 \quad [2]$$

بتطبيق قانون كيرشوف الثاني على الحلقة الثانية II :

$$e_2 = R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 \Rightarrow 15 = 5 I_2 + 4 I_2$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{15 - 4 I_3}{5} = 3 - \frac{4}{5} I_3 \quad [3]$$

بتعويض [2] و [3] في [1] :

$$I_3 = I_1 + I_2$$

$$\Rightarrow I_3 = 6 - 2 I_3 + 3 - \frac{4}{5} I_3$$

$$\Rightarrow I_3 + 2 I_3 + \frac{4}{5} I_3 = 9 \Rightarrow I_3 \left(1 + 2 + \frac{4}{5}\right) = 9$$

$$\Rightarrow 3.8\ I_3 = 9 \Rightarrow I_3 = \frac{9}{3.8} = 2,368\ A$$

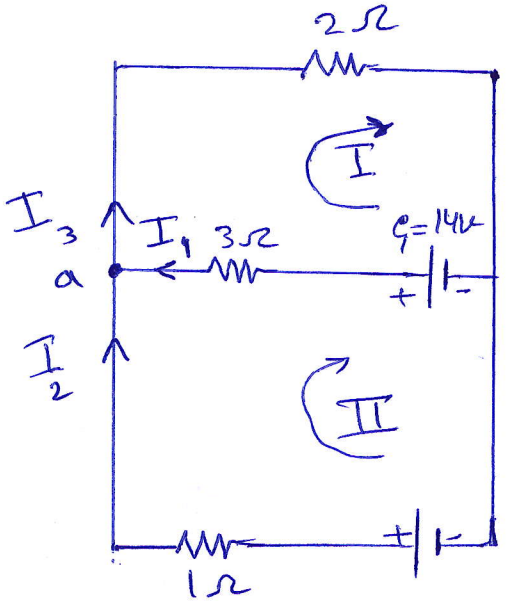
نعوض في [2] نجد :

$$I_1 = 6 - 2 \times 2,37 = 1,26 A$$

نعوض في [3] نجد :

$$I_2 = 3 - \frac{4}{5} \times 2,37 = 1,104\ A$$

المسألة (4) : أوجد التيارات I_1 و I_2 و I_3 في الدارة التالية .



الحل: نطبق قانون كيرشوف الاول:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \quad (1)$$

نطبق قانون كيرشوف الثاني على الحلقة الاولى I:

$$\sum_i e_i = \sum_i R_i . I_i$$

$$e_1 = 3I_1 + 2I_3$$

$$14 = 3I_1 + 2I_3$$

$$\Rightarrow I_3 = \frac{14 - 3I_1}{2} \Rightarrow I_3 = 7 - \frac{3}{2} I_1 \quad (2)$$

نطبق قانون كيرشوف الثاني على الحلقة الثانية II:

$$e_2 - e_1 = I_2 - 3I_1 \Rightarrow I_2 - 3I_1 = 12 - 14$$

$$\Rightarrow I_2 - 3I_1 = -2 \Rightarrow I_2 = 3I_1 - 2 \quad (3)$$

بتعويض (2) و (3) في (1):

$$I_1 + 3I_1 - 2 = 7 - \frac{3}{2} I_1$$

$$\Rightarrow I_1 + 3I_1 + \frac{3}{2} = 7 + 2 \Rightarrow 5,5 I_1 = 9 \Rightarrow I_1 = 1,636 A$$

$$I_3 = 7 - \frac{3}{2} \times 1,636 = 4,546 A$$

$$I_2 = I_3 - I_1 = 4,546 - 1,636 = 2,91 A$$

مكتبة A to Z