كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثانية**

المادة : ميكانيك فيزيائي٢

المحاضرة : السادسة /نظري/كتابة

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2026

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

الصيغ الحركية لأويلر:

هي صيغ تعبر عن مركبات السرعة الزاوية في كل من الجملتين الثابتة والمتحركة بدلالة زوايا أويلر.

* حسب نظرية أويلر: إذا كان الجسم الصلب نقطة ثابتة بالنسبة لمجموعة إحداثيات ثابتة فإن إزاحة الجسم من وضع ما إلى وضع آخر يمكن أن تجري بدوران وحيد لهذا الجسم بزاوية محددة حول محور مار من تلك النقطة الثابتة.

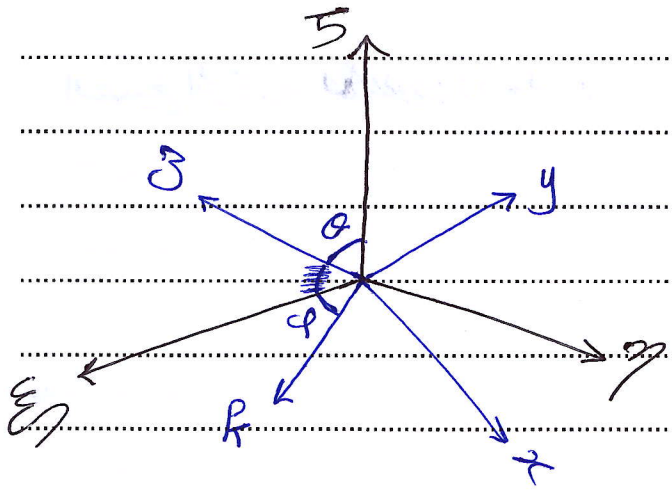
وهكذا بعد زمن dt فإن زوايا أويلر تتغير من ψ, θ, φ إلى $\psi+d\psi, \theta+d\theta, \varphi+d\varphi$

وحسب النظرية السابقة يمكن الاستعاضة عن هذه الزوايا بزاوية واحدة χ

((الدوران)) بدوران وحيد بزاوية محددة حول محور مار بالنقطة o

$$d\vec{\chi} = d\chi\,\vec{e}_{\chi}$$

$$\vec{w} = \frac{d\vec{x}}{dt} = \dot{x}\,\vec{e}_x$$



$$d\vec{x} = d\varphi\,\vec{e}_5 + d\theta\,\vec{e}_\xi + d\psi\,\vec{e}_3$$

$$\Rightarrow \vec{w} = \dot{\varphi}\,\vec{e}_5 + \dot{\theta}\,\vec{e}_\xi + \dot{\psi}\,\vec{e}_3 \quad \ldots(1)$$

★ إذا كان لدينا شعاع ومهما كان الشعاع ونريد معرفة مركبته على محور ثاني ماذا نفعل؟ نضرب بشعاع الواحدة التابع للمحور الثاني

* لكتابة w بدلالة مركباته في الجملة المتحركة oxyz فإننا نضرب داخلياً العلاقة (1) على التوالي بـ $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_3$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

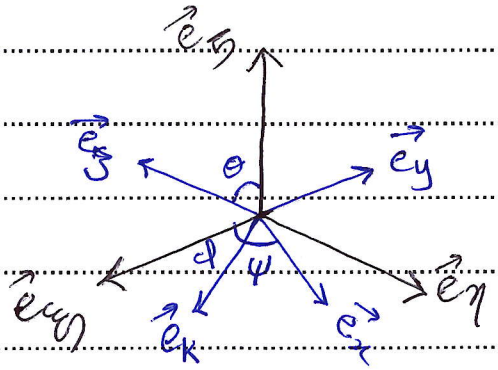
المركبة على ox :

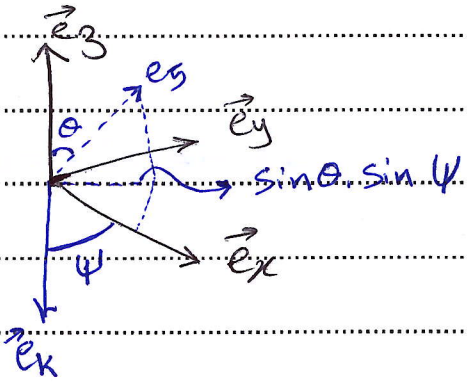
$$\omega_x = \vec{\omega} \cdot \vec{e}_x = \dot{\varphi}\, \vec{e}_3 \cdot \vec{e}_x + \dot{\theta}\, \vec{e}_k \cdot \vec{e}_x + \dot{\psi}\, \vec{e}_3 \cdot \vec{e}_x \quad ...(2)$$

لدينا $oz \perp ox \Leftarrow$ $\vec{e}_x \cdot \vec{e}_3 = 0$

ولدينا أيضاً حسب تعريف زوايا أولر :

$$\vec{e}_k \cdot \vec{e}_x = \cos\psi$$





TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

ولدينا حسب الأشكال السابقة:

$$\vec{e}_z \cdot \vec{e}_x = \sin\theta \cdot \sin\psi$$

بالتعويض في (2)

$$\omega_x = \dot{\phi}\sin\theta\sin\psi + \dot{\theta}\cos\psi$$

ومعالجة مشابهة لما سبق نجد أيضاً أن

$$\vec{e}_z \cdot \vec{e}_z = \cos\theta$$

$$\vec{e}_z \cdot \vec{e}_y = \sin\theta \cdot \cos\psi$$

$$\vec{e}_x \cdot \vec{e}_y = \cos\psi$$

$$\vec{e}_x \cdot \vec{e}_z = 0$$

وبطريقة مشابهة نجد:

$$\omega_y = \dot{\phi}\sin\theta\cos\psi - \dot{\theta}\sin\psi$$

$$\omega_z = \dot{\phi}\cos\theta + \dot{\psi}$$

وأيضاً بأسلوب مشابه تماماً يمكن إيجاد مركبات $\vec{\omega}$ في الحالة العامة حيث $\theta \neq 0$ نجد أن:

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$W_{ex} = \dot{\theta}\cos\phi + \dot{\psi}\sin\theta\sin\phi$

$W_{ny} = \dot{\theta}\sin\phi - \dot{\psi}\sin\theta\cos\phi$

$W_{\vec{z}} = \dot{\phi} + \dot{\psi}\cos\theta$

(الصيغ الحركية لأويلر في الحالة العامة)

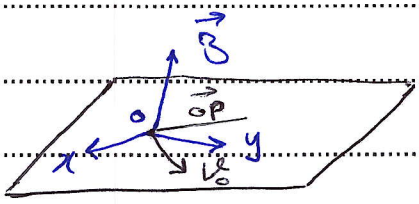
الحركة المستقيمة للجسم الصلب:

وهي الحركة التي تكون خلالها مسارات نقاط الجسم الصلب موازية لمستوي ثابت وبالتالي تكون سرع نقاطه واقعة وموازية لنفس هذا المستوي بينما يكون متجه السرعة الزاوية يكون عمودي على هذا المستوي.

نقطة سرعة نقطة ما من جسم صلب:

$$\vec{v} = \vec{v_o} + \vec{w} \times \vec{r} \quad \ldots (1)$$

المحور الآني للدوران:



لتعيين نقطة P:

يكون محور دوران عامد للمستوي

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

هو محل هندسي النقاط التي سرعتها معدومة في لحظة ما. أي أن سرعة النقطة p تكون معدومة (الكوزك تنتمي إلى محور الدوران)

((وتكتب حسب هذه العلاقة ((تكون سرعة النقطة p تساوي صفر))

$$o = \vec{v}_o + \vec{\omega} \times \vec{op}$$

نضرب طرفيا بـ $\vec{\omega}$

$$\vec{\omega} \times \vec{v}_o + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{op}) = 0$$

وباستخدام المطابقة الشعاعية التالية:

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{c}) = \vec{B}(\vec{A}.\vec{c}) - (\vec{A}.\vec{B})\vec{c}$$

فنجد أن:

$$\vec{\omega}.\vec{v}_o + \vec{\omega}(\vec{\omega}.\vec{op}) - \omega^2 \vec{op} = 0$$

وبما أن $\vec{\omega} \perp \vec{op}$ $\Leftarrow$ $\vec{\omega} \times \vec{v}_o = \omega_o^2 \vec{p}$

ينتج: $\vec{op} = \dfrac{\vec{\omega} \times \vec{v}_o}{\omega^2}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

لتعيين عنه في الجملة المتحركة:

في الجملة المتحركة $oxyz$:

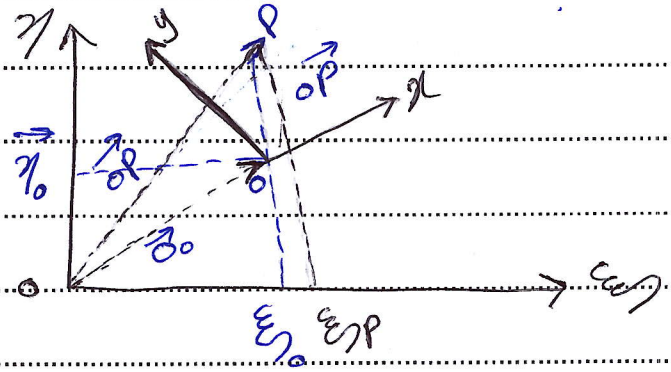
$$\Rightarrow op = \frac{1}{\omega^2}\begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ 0 & 0 & \omega \\ v_{0x} & v_{0y} & 0 \end{vmatrix}$$

نفك الحدد ومطابقة الطرفين:

$$x_p = -\frac{v_{0y}}{\omega}$$

$$y_p = \frac{v_{0x}}{\omega}$$

بالنسبة للجملة الثابتة:



نلاحظ أن:

$$\vec{op} = \vec{O_0} + \vec{op}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$= \varepsilon_0 \vec{e}_{\omega} + \eta_0 \vec{e}_{\eta} + \frac{1}{\omega^2} \begin{vmatrix} \vec{e}_{\omega} & \vec{e}_{\eta} & \vec{e}_{\varepsilon} \\ 0 & 0 & \omega \\ \dot{\varepsilon}_0 & \dot{\eta}_0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\varepsilon_p = \varepsilon_0 - \frac{\dot{\eta}_0}{\omega}$$

$$\eta_p = \eta_0 - \frac{\dot{\varepsilon}_0}{\omega}$$

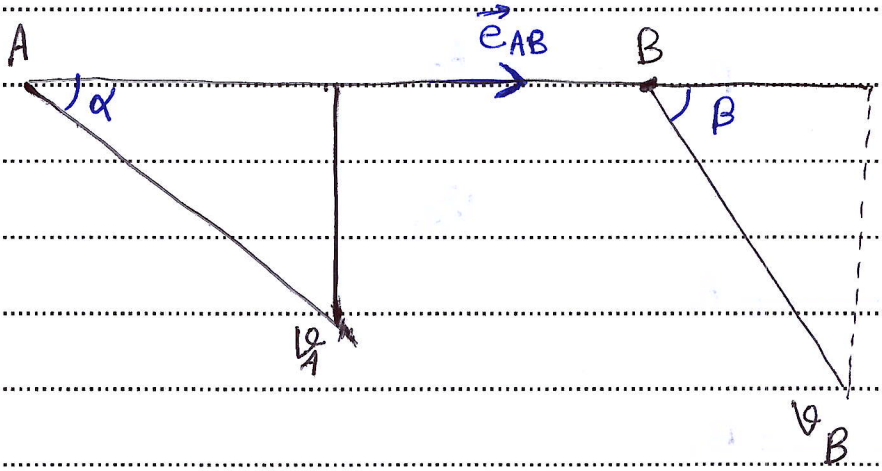
* نحذف الزمن من العلاقات نحصل على مخطط ثابت.
مخطط متحرك يقابل مخروط متدحرج.
المخروط الثابت يقابل مخروط القاعدة

* يمكن تحديد المركز الآني للدوران بحالة الحركة المستوية
بمعرفة سرعتين نقطتين منه AB بعدة حالات مختلفة

* إذا كانت سرعة A وسرعة B متوازيتين $\vec{AB} // \vec{V_B} // \vec{OA}$ يكون
المركز الآني للدوران موجود في اللانهاية $\omega = 0$

ملاحظة هامة:
مسقطا سرعتي V_A و V_B على AB متساويان

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة



بأخذ A قطب وبتطبيق العلاقة (1):

$$\Rightarrow \vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{W} \times \vec{AB}$$

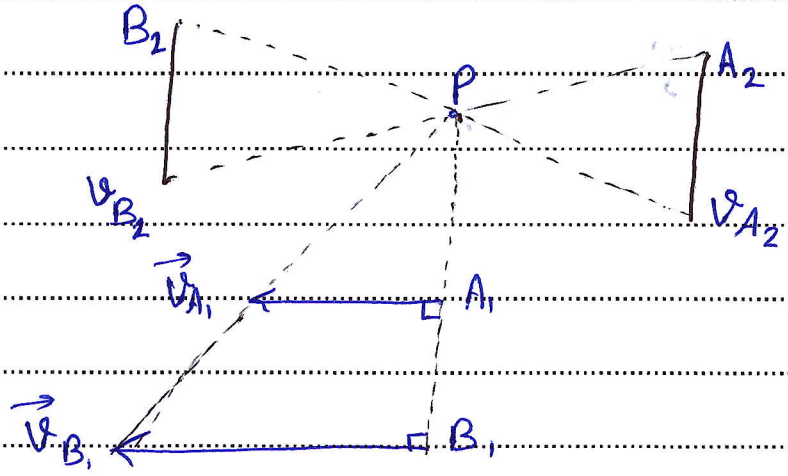
بضرب العلاقة السابقة بـ $\frac{\vec{AB}}{AB}$

$$\vec{v}_B \cdot \frac{\vec{AB}}{AB} = \vec{v}_A \cdot \frac{\vec{AB}}{AB} + 0$$

$$v_B \cos\beta = v_A \cos\alpha$$

* لا يوجد أسئلة لأنها مساعدة.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة



$\vec{AB} \perp \vec{v}_B \parallel \vec{v}_A$ متعامدة الاتجاه

$$\frac{v_{A_1}}{PA_1} = \frac{v_{B_1}}{PB_1} = \frac{|v_{B_1} - v_{A_1}|}{A_1B_1}$$

$A_2B_2 \perp v_{B_2} \parallel \vec{v}_{A_2}$ و لكن باتجاهين متعاكسين:

$$\omega = \frac{v_{A_2}}{PA_2} = \frac{v_{B_2}}{PB_2} = \frac{v_{A_2} + v_{B_2}}{A_2B_2}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z