



كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الاولى

المادة : تحليل رياضي ١

المحاضرة : الثانية / عملي /

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z : Facebook Group

2026

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960



الدكتور :

المحاضرة :

المحاضرة (2) - عملي



التاريخ: / /

القسم: الفيزياء

السنة: الأولى

المادة: تحليل رياضي 1

A to Z Library for university services

تمرين (1) :

باستخدام قوانين النهاية أثبت صحة النهاية الآتية :

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} 2x + 3 = 5$$

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \text{ و } |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - l| < \varepsilon$$

$$|f(x) - l| < \varepsilon$$

لذلك نفرض أن :

$$\Rightarrow |2x + 3 - 5| < \varepsilon \Rightarrow |2x - 2| < \varepsilon$$

$$\Rightarrow |2| \cdot |x - 1| < \varepsilon \Rightarrow |x - 1| < \frac{\varepsilon}{2} = \delta$$

$$\text{ومنه تكون } \lim_{x \rightarrow 1} 2x + 3 = 5 \text{ صحيحة}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 2} (-2x + 1) = -3$$

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \text{ و } |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - l| < \varepsilon$$

$$|f(x) - l| < \varepsilon$$

لذلك نفرض أن :

$$|(-2x + 1) - (-3)| < \varepsilon \Rightarrow |-2x + 1 + 3| < \varepsilon \Rightarrow$$

$$|-2x + 4| < \varepsilon \Rightarrow |-2| |x - 2| < \varepsilon \Rightarrow$$

$$2|x - 2| < \varepsilon \Rightarrow |x - 2| < \frac{\varepsilon}{2} = \delta$$

$$\text{ومنه تكون } \lim_{x \rightarrow 2} (-2x + 1) = -3 \text{ صحيحة}$$

تحريث (2):

اسباب قنعة من النهاية الكونية

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^x = \frac{\infty}{\infty}$ حالة عدم تعيين

1) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$ تنبيه

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x = e$

3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x} \right)^x = e^{-1} = \frac{1}{e}$

8) إزالة عدم التعيين: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x(1+\frac{1}{x})}{x(1-\frac{1}{x})} \right)^x =$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}} \right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+\frac{1}{x})^x}{(1-\frac{1}{x})^x}$

$= \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} (1+\frac{1}{x})^x}{\lim_{x \rightarrow \infty} (1-\frac{1}{x})^x} = \frac{e}{e^{-1}} = e^2$

2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2-3x+2} = \frac{0}{0}$ حالة عدم تعيين

إزالة:

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-1)(x-2)} = \frac{x+2}{x-1} = 4$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x^2-4x}$ عدم تعيين

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x(x-4)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x-4} = 1 \times -\frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$

تعريف (3):

ادرس استمرارية الدوال الآتية:

$$1) \quad f(x) = \begin{cases} -3-x & ; x < -2 \\ x^2 - 5 & ; -2 \leq x < 3 \\ 7-2x & ; x \geq 3 \end{cases}$$

الحل:

من أجل $x = -2$ نكتب:

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} (-3-x) = -3 + 2 = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} (x^2 - 5) = 4 - 5 = -1$$

$$f(-2) = (-2)^2 - 5 = 4 - 5 = -1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = f(-2)$$

ومنه فإن نهاية الدالة من اليمين تساوي نهاية الدالة من اليسار وبالتالي

الدالة f مستمرة عند النقطة $x = -2$ من أجل $x = 3$ نكتب:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} (x^2 - 5) = 9 - 5 = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} (7-2x) = 7 - 6 = 1$$

وبالتالي الدالة f غير مستمرة عند النقطة $x = 3$ لأن النهاية من

اليمين لا تساوي النهاية من اليسار.

$$2) \quad f(x) = \begin{cases} x+1 & ; \quad x < 0 \\ x^2 & ; \quad 0 \leq x < 2 \\ \frac{1}{2}x + 3 & ; \quad x \geq 2 \end{cases}$$

الآن: عند $x=0$ نجد:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0+1 = 1$$

النتيجة $f(x)$ عند $x=0$ هي 1
والنتيجة من اليمين 0

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 = (0)^2 = 0$$

والنتيجة من اليمين 0

عند $x=2$ نجد:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} x^2 = (2)^2 = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{2}x + 3 = \frac{1}{2}(2) + 3 = 4$$

$$f(2) = \frac{1}{2}(2) + 3 = 1 + 3 = 4$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2)$$

هذه النتيجة هي $x=2$

النتيجة النهائية



مكتبة
A to Z