كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الاولى

المادة : تحليل رياضي١

المحاضرة : الاولى /عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

2026

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

تمرين: ليكن لدينا الدالة: $y = f(x) = \ln(x)$

اثبت أن الدالة f هي دالة تقابل ثم أوجد معكوسها f^{-1} ؟

الحل: $Df =]0, +\infty[$

نرمز أولاً أن f دالة متباينة:

$\forall x_1, x_2 \in Df : f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$

أي برهان أنها متباينة نفرض الصور متساوية

$f(x_1) = f(x_2)$

$\ln(x_1) = \ln(x_2)$

$e^{\ln(x_1)} = e^{\ln(x_2)} \Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow$ f دالة متباينة

نرمز أن الدالة f غامرة:

$\forall y \in R : \exists x \in]0, +\infty[\; ; \; f(x) = y$

أي برهان أنها غامرة نفرض المستقر هو صورة لعنصر من المنطلق:

$y = \ln(x)$

$e^{\ln(x)} = e^{y} \Rightarrow x = e^{y} \in]0, +\infty[\Rightarrow$ تابع f غامر

وبالتالي f دالة متباينة وغامرة وبالتالي هي دالة تقابل

ونعلم أن أي دالة تقابل لها معكوس f^{-1} وهي بالشكل:

$f^{-1} : R \to]0, +\infty[$

$f^{-1}(y) = e^{y}$

تمرين: لتكن الدالة f المعطاة بالشكل: $f(x)=\frac{3x-2}{x+1}$

1- أثبت أن f دالة تقابل

2- أوجد f^{-1}

الحل: $Df=R\setminus\{-1\}$

نرهن أولاً أن f دالة متباينة:

$\forall x_1,x_2\in Df: f(x_1)=f(x_2)\Rightarrow x_1=x_2$

$f(x_1)=f(x_2)$

$\frac{3x_1-2}{x_1+1}=\frac{3x_2-2}{x_2+1}$

$3x_1x_2+3x_1-2x_2-2=3x_2x_1+3x_2-2x_1-2$

$\Rightarrow 3x_1+2x_1=3x_2+2x_2$

$\Rightarrow 5x_1=5x_2\Rightarrow x_1=x_2\Rightarrow$ f دالة متباينة

نرهن أن f دالة غامرة:

$\forall y\in R\setminus\{-1\}$

$f(x)=y\Rightarrow \frac{3x-2}{x+1}=y$

$3x-2=xy+y$

$3x-xy=y+2\Rightarrow x(3-y)=y+2$

$\Rightarrow x=\frac{y+2}{3-y}\Rightarrow$ f دالة غامرة

وبالتالي f دالة تقابل ولها معكوس f^{-1}

$f^{-1}: R\setminus\{3\}\to R\setminus\{-1\}$

$f^{-1}(y)=\frac{2+y}{3-y}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

تمرين: ليكن لدينا التابعين:

$f(x)=\frac{2x+1}{x-3}$ ، $g(x)=\frac{x-1}{x+2}$

1- اوجد $\frac{f}{g}$

2- أوجد: $f\circ g$ و $g\circ f$

الحل:

$Df=R\setminus\{3\}$ ، $Dg=R\setminus\{-2\}$

1) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$

$=\frac{2x+1}{x-3}\times\frac{x+2}{x-1}=\frac{2x^2+5x+2}{x^2-4x+3}$

$D\left(\frac{f}{g}\right)(x)=R\setminus\{1,3,-2\}$

2) $f\circ g(x)=f(g(x))=\frac{2g(x)+1}{g(x)-3}$

$=\frac{\frac{2x-2}{x+2}}{\frac{x-1-3x-6}{x+2}}=\frac{2x-2}{x+2}\times\frac{x+2}{-2x-7}=\frac{2x-2}{-2x-7}$

$D_{f\circ g}=R\setminus\left\{\frac{7}{-2},-2\right\}$

نعدم المقام ← لمعرفة القيم التي تعدم المقام

3) $g\circ f(x)=g(f(x))=\frac{f(x)-1}{f(x)+2}$

$=\frac{\frac{2x+1-x+3}{x-3}}{\frac{2x+1+2x-6}{x-3}}=\frac{x+4}{x-3}\times\frac{x-3}{4x-5}=\frac{x+4}{4x-5}$ ← نعدم المقام

$D_{g\circ f}=R\setminus\left\{\frac{5}{4},3\right\}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة