كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثانية**

المادة : كهرباء ومغناطيسية١

المحاضرة : الخامسة /نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2026

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

٩

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

المحاضرة السادسة

• المكثفات الكهربائية: Electrical capacitors

ليكن لدينا ناقل A ولنرفع كمون هذا الناقل إلى قيمة ثابتة V (بوصله مثلاً بالقطب الموجب كما في الشكل (6-3)) فيكتسب عندئذٍ الناقل A شحنة قدرها Q تتناسب طردياً مع كمون الناقل A.

$$Q = C \cdot V$$ حيث C سعة الناقل A.

• لنقرب الآن من الناقل A ناقلاً آخر ولنكن B كما في الشكل (6-4) موصولاً بالأرض فيؤثر الناقل A على الناقل B الذي يكتسب شحنة سالبة تؤثر بدورها على الناقل A فتظهر عليه شحنات إضافية أي يحدث تكاثف للكهرباء على الناقل A بسبب وجود الناقل B القريب منه وكلما اقترب B من A ازدادت الشحنة في الناقل A

ونظراً لثبات V تكون شحنة A مرتبطة بكمونه بالعلاقة $Q' = C' V$

حيث C' سعة الناقل A بحضور الناقل B.

• من الواضح أن $\boxed{C' > C}$ لأن $\boxed{Q'_B > Q_A}$. يشكل الناقلين A و B مكثفة وعندما تصبح المسافة بين الناقلين صغيرة جداً بالنسبة لبعديهما يسمى كل من الناقلين A و B بلبوسي المكثفة.

• تبين نظرياً وعملياً أن شحنتي اللبوسين المتقابلين لـ A و B متساويتان بالقيمة ومتعاكستان بالإشارة أي أن $|Q_A| = |Q_B|$، حيث Q هي شحنة المكثفة.

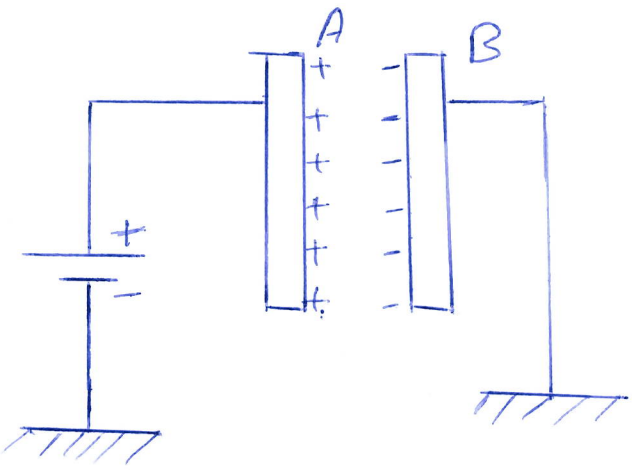
وتدل التجربة على أن شحنة المكثفة تتناسب طرداً مع فرق الكمون V بين لبوسيها وفق العلاقة:

$$Q = C \cdot V$$ حيث C سعة المكثفة

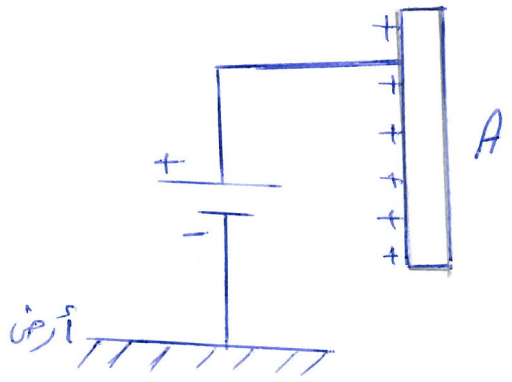
وتتوقف C على الشكل الهندسي للمكثفة وعلى المسافة بين لبوسيها وعلى طبيعة الوسط العازل بين لبوسيها.

فإذا كان الوسط العازل هو الخلاء كانت السعة C_0 وإذا كان الوسط عازلاً آخر كالورق أو البارافين كانت السعة C حيث أن $\varepsilon_r = \frac{C}{C_0} > 1$.

• نسمي ε_r الناحية النسبية (العازلية النسبية) للوسط العازل وهو يساوي الواحد في الخلاء أي ($\varepsilon_r = 1$ في الخلاء).



الشكل (5-6)



الشكل (3-6)

• حساب سعة المكثفة:

يمكن حساب سعة المكثفة إذا كان شكلها الهندسي منتظماً كالمكثفة المستوية أو الكروية أو الاسطوانية أما إذا تعذر الحساب فيمكن تعيين السعة C بقياس Q و V.

وتقوم الطريقة العامة لحساب سعة المكثفة كما يلي:

أ- حساب شدة الحقل الكهربائي في نقطة بين اللبوسين (من نظرية غوص).

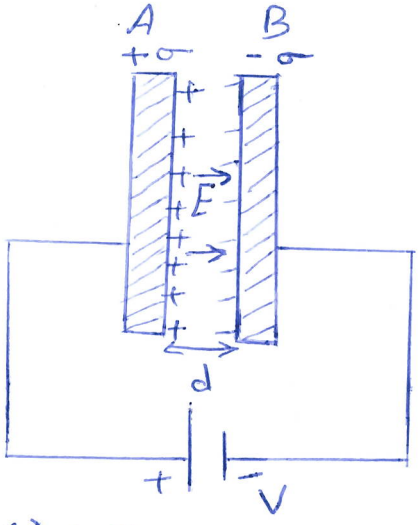
ب- حساب فرق الكمون بين اللبوسين بالاستفادة من علاقة الحقل بالكمون $\vec{E} = -\vec{\nabla}.V$ ويعطي هذا الحساب معادلة أخرى تحوي كلاً من V و Q.

ج- استخراج النسبة $\frac{Q}{V}$ وهي مقدار ثابت هو السعة المطلوبة.

• حساب سعة المكثفة المستوية:

calculation of Flat capacitor:

• المكثفة المستوية عبارة عن مستويين متوازيين سطح كل منهما S والمسافة بينهما d صغيرة جداً بالمقارنة مع أبعاد اللبوسين (المستويين) كما في الشكل (5-6).



الشكل (5-6)

• إذا طبقنا بين لبوسي المكثف فرقاً في الكمون ولنكن V، فإن كلاً منهما يكتسب شحنة تتوزع على سطحه بكثافة سطحية منتظمة ولتكن $+\sigma$ على اللبوس A و $-\sigma$ على اللبوس B. وبالتالي يتولد بين اللبوسين حقل كهربائي منتظم عمودي على كل من اللبوسين.

• يمكن حساب الحقل الكهربائي بتطبيق نظرية غوص على سطح مغلق S' عبارة عن اسطوانة عمودية على اللبوس A وتمتد داخله.

$$\Phi = \oiint_{S'} \vec{E}.\vec{dS} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i \Rightarrow E.S' = \frac{\sigma.S'}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad (4-6)$$

• لنحسب فرق الكمون V من جولان الحقل بين اللبوسين A إلى B كما يلي:

$$\int_A^B -dV = \int_A^B \vec{E}.\vec{dl} = \int_A^B E.dl \Rightarrow V_A - V_B = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.d = \frac{Q}{\varepsilon_0.S}.d$$

إذاً سعة المكثفة المستوية:

$$C = \frac{Q}{V_A - V_B} = \frac{\varepsilon_0 . S}{d} \quad (6-6)$$

- حساب سعة المكثفة الكروية: Calculation of spherical capacitor

- المكثفة الكروية عبارة عن كرتين لهما مركز واحد إحداهما داخلية نصف قطرها R_1 والثانية خارجية نصف قطرها R_2، الخارجية مجوفة تحيط بالداخلية ولا فرق في أن تكون الداخلية مصمتة أم مجوفة لأن الشحنات تتوضع فقط على السطح الخارجي من الجسم المشحون ويفصل بين هاتين الكرتين الخلاء أو مادة عازلة.

- عندما نطبق بين البوسين أي بين كرتين فرقاً في الكمون قدره V فإن الكرة A تكتسب شحنة $+Q$ والكرة B تكتسب شحنة $-Q$.

- لنحسب الحقل الكهربائي $\vec{E}$ في نقطة M واقعة بين البوسين كما في الشكل (6-6) تبعد مسافة r عن المركز O أي نأخذ كرة نصف قطرها r حيث أن $R_1 < r < R_2$ ونطبق نظرية غوص على سطح هذه الكرة فنجد التدفق:

$$\Phi = \oiint_S \vec{E}.\vec{ds} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0} \Rightarrow E.(4\pi r^2) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

وبالتالي فرق الكمون بين البوسين هو:

$$V_A - V_B = \int_A^B -dV = \int_A^B \vec{E}.d\vec{l} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right]$$

وبالتالي فإن السعة هي:

$$C = \frac{Q}{V_A - V_B} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 - R_1} \quad (7-6)$$

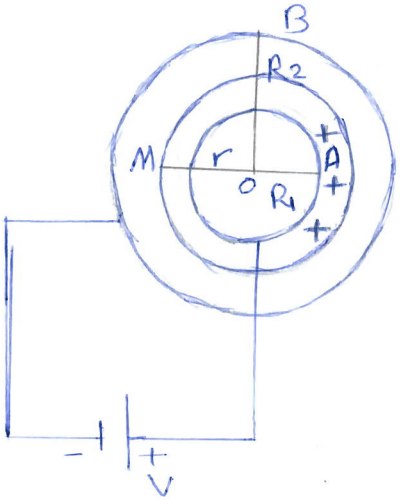
• في الحالة الخاصة عندما $d \ll R_1$ أو R_2 يمكننا إجراء التقريب التالي:

$$R_1 \approx R_2 \approx R \quad ; \quad R_1 \cdot R_2 = R^2 \quad ; \quad R_2 - R_1 = d$$

نعوض بالتقريب في العلاقة (7-6):

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 \cdot R^2}{d} = \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{d} \quad (8-6)$$

وهي العلاقة نفسها في المكثفة المستوية.



الشكل (6-6)

• حساب سعة المكثفة الاسطوانية:

calculation of cylindrical capacitor:

• تتألف المكثفة الاسطوانية من لبوسين على شكل اسطوانتين لهما المحور نفسه طول كل منها ℓ ونصف قطر الاسطوانة الداخلية R_1 والخارجية R_2 تشحن المكثفة الاسطوانية بتطبيق فرق في الكمون بين لبوسيها كما في الشكل.

وبالتالي تكتسب الاسطوانة الداخلية شحنة $+Q$ والوجه الداخلي للاسطوانة الخارجية $-Q$. لحساب الحقل الكهربائي نأخذ اسطوانة وهمية طولها L ونصف قطرها r:

$2\pi r.L$ تمثل سطح غوص حيث $R_1 < r < R_2$

• بتطبيق نظرية غوص:

$$\Phi = \oiint \vec{E}.\vec{dS} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E.(2\pi r.L) = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{2\pi r.L.\varepsilon_0} \qquad (8-6)$$

• لحساب فرق الكمون الطبق نجد جهدان الحقل الكهربائي بين اللبوسين كما يلي:

$$\int_A^B -dV = \int_A^B \vec{E}.\vec{dl} \Rightarrow V_A - V_B = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0.L}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r}$$

$$= \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0.L}.\ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$\Rightarrow C = \frac{Q}{V_A - V_B} = \frac{2\pi\varepsilon_0.L}{\ln.\frac{R_2}{R_1}} \qquad (9-6)$$

• حالة خاصة: عندما $d \ll R_1$ أو R_2 يمكننا إجراء التقريب التالية

$$\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) = \ln\frac{(d+R_1)}{R_1} = \ln\left(1+\frac{d}{R_1}\right) \simeq \frac{d}{R_1}$$

إذاً بالتعويض في (6-9) نجد أن:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\frac{d}{R_1}} = \frac{\varepsilon_0 . S}{d}$$

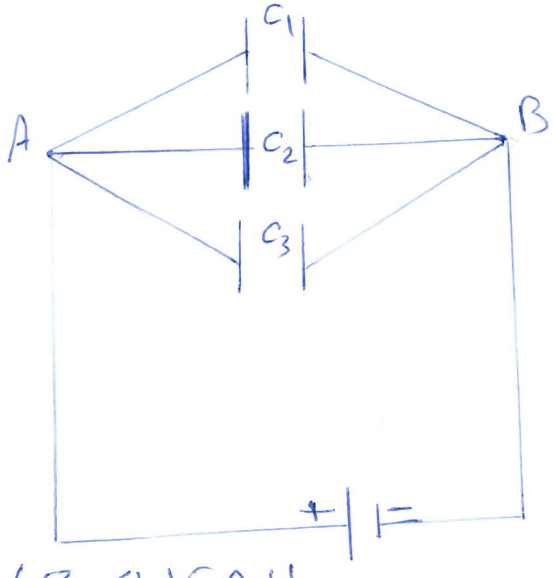
وهي تماثل ما حصلنا عليه من أجل المكثفة المستوية.

- وصل المكثفات: Connection of capacitors

يمكن وصل المكثفات بطريقتين وذلك حسب الحاجة لقيمة السعة المطلوبة الوصول إليها التفرعي والوصل التسلسلي.

- وصل المكثفات على التفرع: Connection in parallel

- لتحقيق هذا الوصل نصل أحد البوسين في كل مكثفة إلى نقطة معينة A كما نصل البوس الآخر لكل مكثفة في الطرف الآخر إلى نقطة أخرى B كما في الشكل (6-8)



الشكل (6-8)

- لنطبق فرقاً في الكمون بين النقطتين A و B باعتبار أن فرق الكمون يكون واحداً فإن كل مكثفة تكتسب شحنة معينة كما يلي:

$$Q_1 = C_1(V_A - V_B) \text{ ، } Q_2 = C_2(V_A - V_B) \text{ و } Q_3 = C_3(V_A - V_B)$$

أما الشحنة الكلية فتساوي مجموع الشحنات على المكثفات:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (V_A - V_B)(C_1 + C_2 + C_3)$$

أما إذا كان لدينا n مكثفة موصولة على التفرع فإن الشحنة الكلية هي:

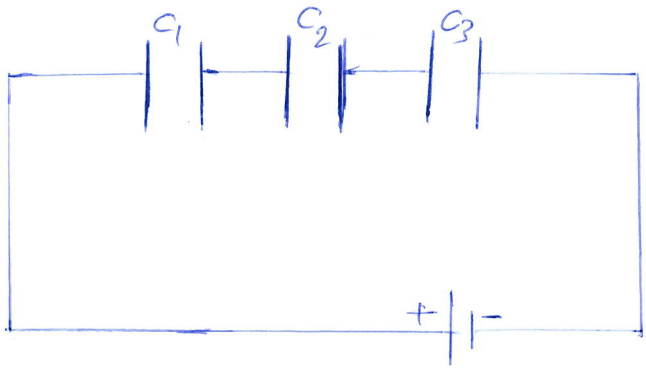
$$Q = (V_A - V_B)\sum_{i=1}^{n} C_i \Rightarrow C(V_A - V_B) = V_A - V_B \sum_{i=1}^{n} C_i$$

$$\Rightarrow C = \sum_{i=1}^{n} C_i \qquad (10-6)$$

أي أن سعة المكثفة المكافئة في حالة توصيل التفرع تساوي مجموع سعات المكثفات الموصولة على التفرع.

- توصيل المكثفات على التسلسل: Connection in Series

في هذه الحالة من التوصيل يوصل البوسان كما في الشكل (9-6).



الشكل (9-6)

حيث تصل لوحة المكثفة الأولى مع بداية المكثفة التالية وهكذا، نطبق بين طرفي هذه المجموعة فرقاً في الكمون يوزع على كل مكثفة فتكتسب المكثفة C_1 فرقاً في الكمون قدره V_1 والمكثفة الثانية C_2 فرقاً في الكمون قدره V_2 وهكذا وبالتالي يكون فرق الكمون الكلي

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{V}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

ومن أجل n مكثفة موصولة على التسلسل يكون:

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} \qquad (11-6)$$

أي أن مقلوب سعة المكثفة المكافئة في حالة الوصل على التسلسل يساوي مجموع مقلوب سعات المكثفات الموصولة على التسلسل.

- **الطاقة الكهربائية المختزنة في مكثفة مشحونة:**

إن المولد الكهربائي عليه أن يقوم عملاً لشحن المكثفة وهذا بدوره يؤدي إلى أن هناك طاقة كهربائية سوف تختزن المكثفة، فالطاقة الكهربائية التي يقدمها المولد لنقل الشحنة dq من لبوسة إلى لبوسة المكثفة تعطى بالعلاقة:

$$V = \frac{q}{C} \quad \text{و} \quad dU = V \cdot dq$$

$$dU = \frac{q}{C} dq \Rightarrow U = \frac{1}{C} \int_0^Q q\, dq = \frac{1}{C} \left[\frac{1}{2} q^2 \right]_0^Q$$

$$= \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C \cdot V^2 = \frac{1}{2} Q \cdot V \qquad (20-6)$$

وتظهر هذه الطاقة في المكثفة إذا ما فرغت على شكل شرارة أو شكل ضوئي أو صوتي، إذاً:

$$U = \frac{1}{2} C \cdot V^2 = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{d} \cdot E^2 \cdot d^2$$

$$= \frac{1}{2} \varepsilon_0 S E^2 \cdot d = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \cdot \tau \qquad (21-6)$$

حيث $\tau = S \cdot d$، تمثل طاقة المكثفة في حجم من المكثفة قدر τ وتسمى بكثافة الطاقة ونرمز لها بالرمز $V = \frac{U}{\tau}$ لتصبح العلاقة (21-6)

$$V = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \quad [J/m^3]$$

لنفرض أننا تركنا المكثفة على اتصال بالمولد (أي أبقينا فرق الكمون ثابتاً) ووضعنا صفيحة عازلة تملأ الفراغ بين اللبوسين سماحيتها النسبية ε_r فإن الحقل الكهربائي $E = \frac{V}{d}$ يبقى ثابتاً أما الطاقة الكهربائية فتتغير:

$$U = \frac{1}{2}\varepsilon_r\varepsilon_0 E^2 \Rightarrow C' = \varepsilon_r C \quad \text{و} \quad Q' = \varepsilon_r Q$$

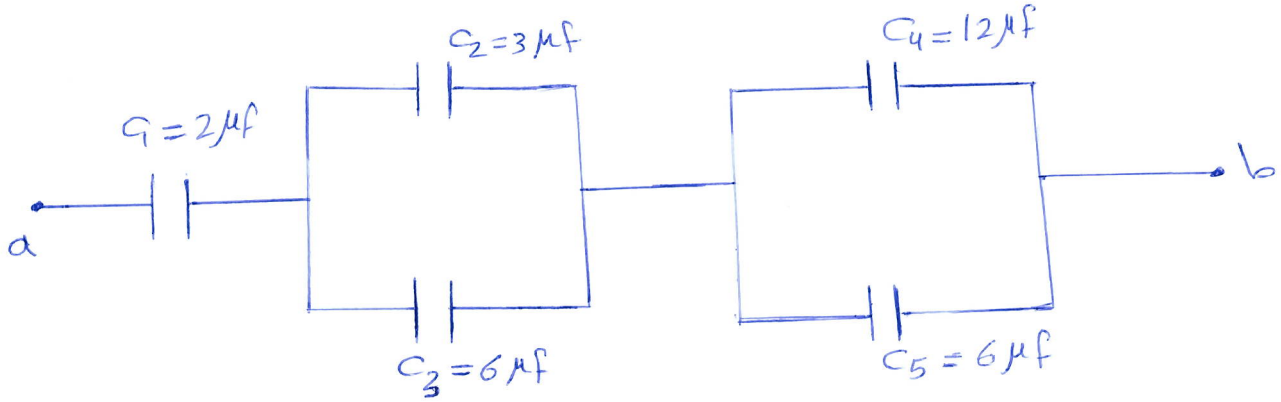
حيث Q' و Q: سعة وشحنة المكثفة بعد وقبل وضع المادة العازلة.

مسألة (1): ثمانية مكثفات موصولة كما في الشكل والمطلوب:

1- احسب سعة المكثفة المكافئة.

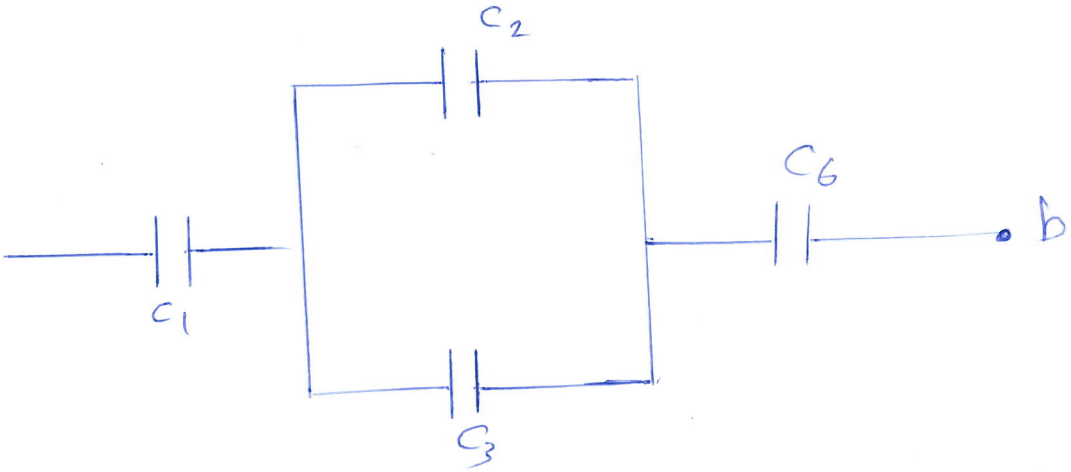
2- احسب شحنة كل مكثف إذا علمت أن فرق الكمون بين (a,b) تساوي 24V

3- احسب الطاقة المختزنة في المكثفة 3μf.



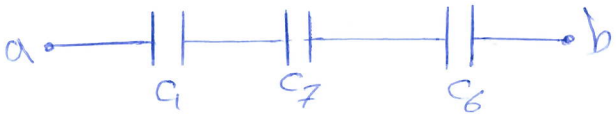
الحل:

C_4 و C_5 موصولين على التفرع: $C_6 = C_4 + C_5 = 12 + 6 = 18\mu f$



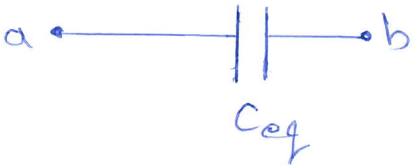
C_2 و C_3 على التفرع : $C_7 = C_2 + C_3 = 3 + 6 = 9\mu f$

C_1 و C_7 و C_6 على التسلسل.



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18} = \frac{9+2+1}{18}$$

$$= \frac{12}{18}$$



$$\Longrightarrow C_{eq} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} = 1,5\mu f$$

-2

$$Q = Q_{eq} = C_{eq} \cdot V = 1,5 \times 15 = 1,5 \times 10^{-6} \times 15$$

$$= 22,5 \times 10^{-6} C$$

$$Q = Q_{eq} = 22,5\mu C$$

نعلم أن C_1 و C_7 و C_6 هو موصولين على التسلسل :

$$Q = Q_1 = Q_6 = Q_7 = Q_{eq} = 22,5\mu C$$

$$V_7 = \frac{Q_7}{C_7} = \frac{22,5}{9} = 2,5 \text{ Volt}$$

$$V_6 = \frac{Q_6}{C_6} = \frac{22,5}{18} = 1,25 \text{ Volt}$$

$$Q_4 = C_4 \times V_6 = 12 \times 1{,}25 = 15\,\mu C$$

$$Q_5 = C_5 \times V_6 = 6 \times 1{,}25 = 7{,}5\,\mu C$$

$$Q_2 = C_2 \times V_7 = 3 \times 2{,}5 = 7{,}5\,\mu C$$

$$Q_3 = C_3 \times V_7 = 6 \times 2{,}5 = 15\,\mu C$$

3] $$U = W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_2} = \frac{1}{2}\frac{(7{,}5 \times 10^{-6})^2}{3 \times 10^{-6}}$$

$$= 9{,}375 \times 10^{-6}\ Joul$$

مسألة (2):

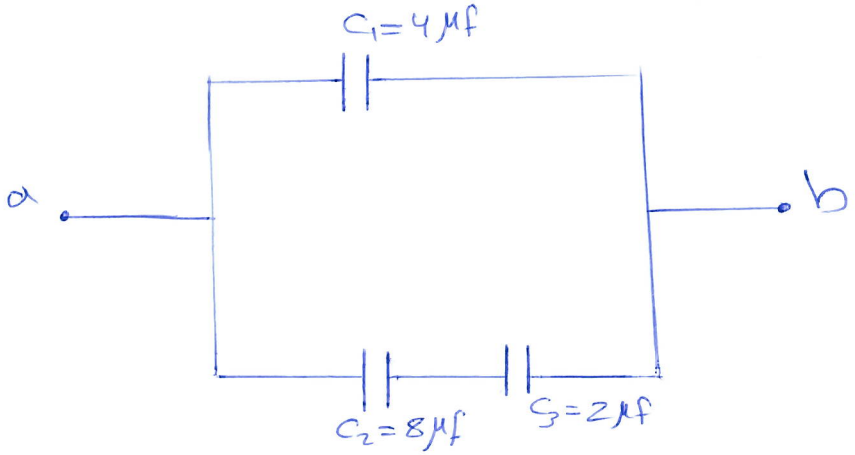
ثلاث مكثفات مجمعة بالشكل التالي والمطلوب:

1- أوجد سعة المكثفة المكافئة بين الطرفين a و b

2- احسب شحنة كل مكثف إذا كان فرق الكمون بين (a,b) هو 20Volt

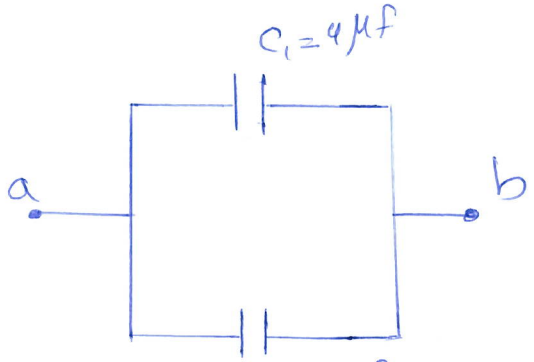
3- احسب فرق الكمون بين طرفي المكثفة $C_3 = 2\mu f$

4- احسب الطاقة المختزنة في المكثف $C_1 = 4\mu f$



1- C_2 و C_3 موصولين على التسلسل :

$$\frac{1}{C_4} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} \Rightarrow C_4 = 1,6\,\mu f$$



$$C_{eq} = C_4 + C_1 = 4 + 1,6 = 5,6\,\mu f$$

2] $Q_{eq} = C_{eq} \times V = 5,6 \times 20 = 112\,\mu C$

بما أن C_1 و C_4 موصولين على التفرع :

$$V = V_1 = V_4 = 20\,Volt$$

$$Q_1 = C_1 \cdot V = 4 \times 20 = 80\,\mu C$$

$$Q_4 = C_4 \cdot V = 1,6 \times 20 = 32\,\mu C$$

بما أن C_2 و C_3 موصولين على التسلسل فإن :

$$Q_2 = Q_3 = Q_4 = 32\,\mu C$$

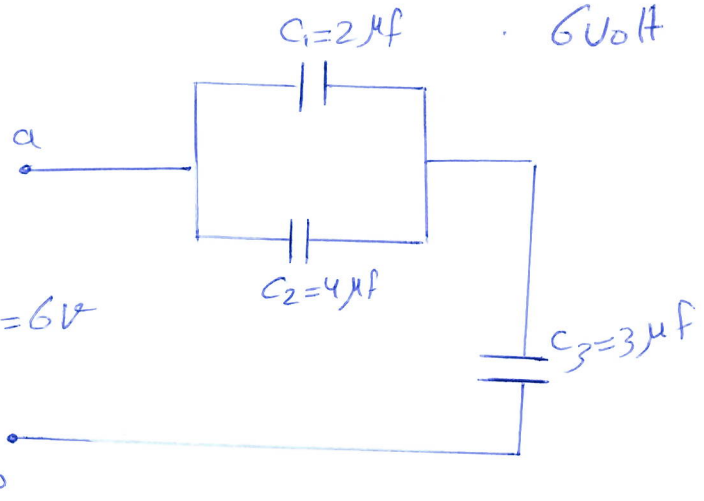
3] $$V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{32}{2} = 16\,Volt$$

4] $$U = W = \frac{1}{2}\frac{Q_1^2}{C_1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(80 \times 10^{-6})^2}{4 \times 10^{-6}} =$$

مسألة 3 : ثلاث مكثفات موصولة كما في الشكل :

1 - أوجد سعة المكثفة المكافئة .

2 - احسب شحنة كل مكثفة وفرق الكمون بين طرفي كل منها إذا علمت أن فرق الكمون بين (a,b) يساوي 6Volt .



الحل :

1 C_1 و C_2 موصولين على التفرع :

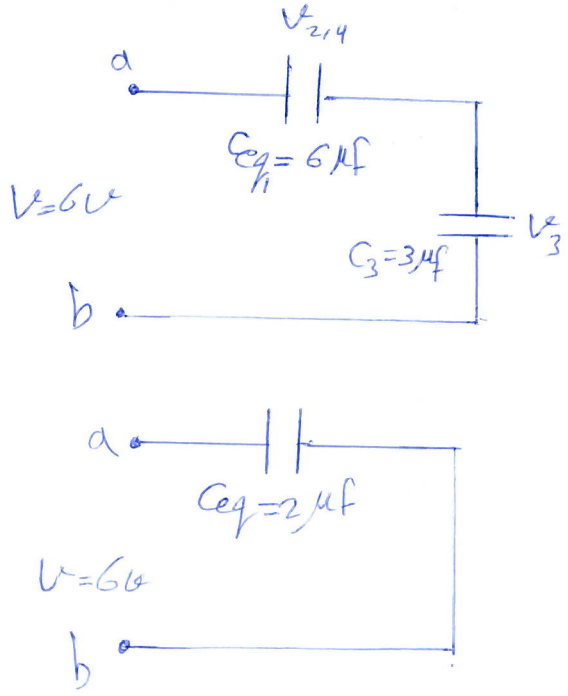
$$C_{eq_1} = C_1 + C_2 = 2+4 = 6\mu f$$

بما أن C_{eq_1} و C_3 على التسلسل .

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_{eq_1}} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow C_{eq} = 2\mu f$$



2

$$Q_{eq} = C_{eq} \cdot V = 2 \cdot 6 = 12\ \mu C$$

بما أن C_3 و C_{eq_1} موصولين على التسلسل تكون :

$$Q_{eq_1} = Q_{eq} = Q_3 = 12\ \mu C$$

$$V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{12}{3} = 4\ Volt$$

$$V_{2,4} = \frac{Q_{eq_1}}{C_{eq_1}} = \frac{12}{6} = 2 Volt$$

بما أن C_2 و C_4 على التفرع يكون كمان:

$$V_{2,4} = V_1 = V_2 = 2\ Volt$$

وتكون الشحنة:

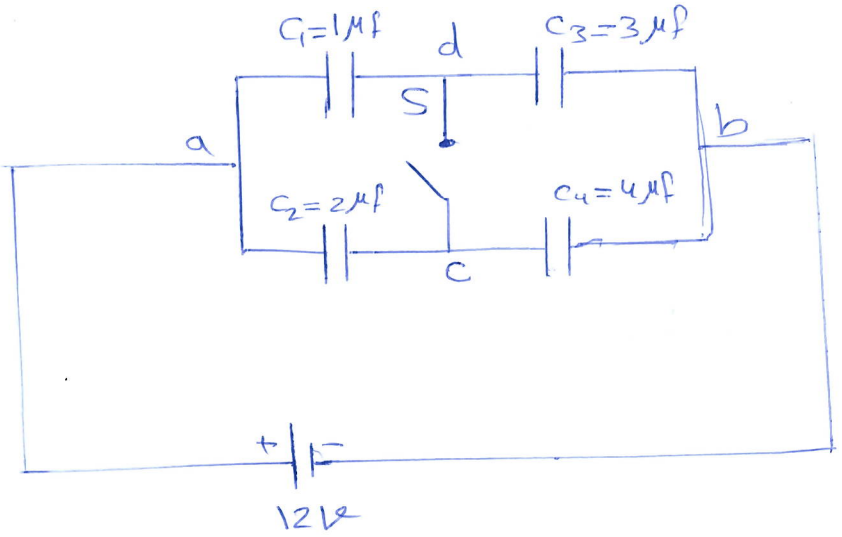
$$Q_1 = C_1 \cdot V_1 = 2 \times 2 = 4\mu C$$

$$Q_2 = C_2 \cdot V_2 = 4 \times 2 = 8\mu C.$$

مسألة 4:

تتكون الدارة الكهربائية المبينة في الشكل والمطلوب:

أوجد الشحنة على كل مكثفة في الدارة قبل إغلاق القاطعة S وبعد إغلاقه.



الحل: قبل إغلاق القاطعة S في هذه الحالة تكون المكثفتان C_1 و C_3 موصولتان على التسلسل وكذلك C_2 و C_4 على التسلسل وعلى هذا يمكننا حساب السعات المكافئة:

$$C_{13} = \frac{C_1 \cdot C_3}{C_1 + C_3} = \frac{3}{4}\ \mu f = 0{,}75\ \mu f \quad ، \quad C_{24} = \frac{C_2 \cdot C_4}{C_2 + C_4} = \frac{4}{3}\ \mu f = 1{,}33\ \mu f$$

السعة المكافئة:

$$C_{eq} = C_{13} + C_{24} = \frac{25}{12}\ \mu f = 2{,}08\ \mu f$$

$$\Rightarrow Q = C_{eq} \cdot V = 2{,}08 \times 12 = 24{,}96\ \mu C$$

$$Q_{13} = Q_1 = Q_3 = C_{13} \cdot V = 0{,}75 \times 12 = 9\ \mu C$$

بما أن C_1 و C_3 على التسلسل فإن $Q_{13} = Q_3 = Q_1$

وبما أن C_{13} و C_{24} على التفرع فإن $V = V_{13} = V_{24} = 12\ V$

وبما أن C_2 و C_4 على التسلسل فإن:

$$Q_{24} = Q_2 = Q_4 = C_{24} \times V = 1{,}33 \times 12 = 15{,}96\ \mu C$$

2] بعد اغلاق القاطعة S تصبح المكثفتان C_1 و C_2 على التفرع وكذلك C_3 و C_4 وكلتا المجموعتين على التسلسل:

$$C_{12} = C_1 + C_2 = 3\ \mu f$$

$$C_{34} = C_4 + C_3 = 7\ \mu f$$

C_{12} و C_{34} على التسلسل:

$$C = \frac{C_{12} \cdot C_{34}}{C_{12} + C_{34}} = 2{,}1\ \mu f$$

بما أن C_{12} و C_{34} على التسلسل فإن:

$$Q = Q_{12} = Q_{34} = C \cdot V = 25{,}2\ \mu C$$

وبما أن C_1 و C_2 على التفرع فإن $V_{12} = V_1 = V_2 = \frac{Q_{12}}{C_{12}}$

$$= 8{,}4\ V$$

مكتبة A to Z