



كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الثانية

المادة : برمجة رياضية

المحاضرة : الرابعة/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z : Facebook Group

2026

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

3

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

النهايات :

يقوم برنامج الماثيماتكا بإيجاد النهاية دائماً ، وقد يستخدم طرق معقدة لفك عدم التعيين وإيجاد أفضل وأدق ناتج للنهاية .

لحساب نهاية الدالة $f(x)$ عندما $x \rightarrow a$ في برنامج الماثيماتكا نكتب :

$$Limit[f[x], x \rightarrow a]$$

مثال : أوجد $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^5 - 32}{x^3 - 8}$.

$$Limit[(x^5 - 32)/(x^3 - 8), x \rightarrow 2]$$

$$\frac{20}{3}$$

لحساب النهاية من اليمين ومن اليسار نستخدم التعليمة *Direction* .

- $Direction \rightarrow 1$ تحسب النهاية من اليسار (بقيم أصغر)
- $Direction \rightarrow -1$ تحسب النهاية من اليمين (بقيم أكبر)

في حال لم تكتب النهاية سيأخذها بشكل تلقائي من اليمين .

مثال : أوجد $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$.

$$Limit[Abs[x]/x, x \rightarrow 0]$$

$$1$$

نلاحظ أنه تم تحديد النهاية من اليمين فقط لأنه لم يتم تحديد أي اتجاه .

لحساب النهاية من اليسار نكتب :

$$Limit[Abs[x]/x, x \rightarrow 0, Direction \rightarrow -1]$$

$$-1$$

نلاحظ أن النهاية غير موجودة لأن النهاية من اليمين لا تساوي النهاية من اليسار .

برنامج الماثيماتكا يحسب النهاية من عند ∞ .

مثال : أوجد $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+3x+4}{x^2+1}$.

$$\text{Limit}[(2x^2 + 3x + 4)/(x^2 + 1), x \rightarrow \text{Infinity}]$$

2

أوجد $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x^3}$

$$\text{Limit}[(\tan[x] - x)/x^3, x \rightarrow 0]$$

$\frac{1}{3}$

نعلم أنه لكي يكون للدالة $f(x)$ نهاية عند x_1 يجب أن تكون هذه النهاية وحيدة أي :

$$\lim_{x \rightarrow x_1} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_1} f(x)$$

تمرين :

عرف دالة وسمها limitq تختبر ما إذا كان هناك نهاية للدالة $f(x)$ عند x_1 .

ثم طبق دالة الاختبار على الدوال :

- 1) $f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$
- 2) $g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$
- 3) $h(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2}$
- 4) $f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(7x)}{3x}$

الحل:

$$\text{limitq}[f_, x1_] := ($$

$$a = \text{Limit}[f[x], x \rightarrow x1, \text{Direction} \rightarrow 1];$$

$$b = \text{Limit}[f[x], x \rightarrow x1, \text{Direction} \rightarrow -1];$$

If [a == b, Print [a , "النهاية موجودة وهي
)

f[x_]:= 1/x ;

limitq[f, 0]

النهاية غير موجودة

g[x_]:= Abs[x]/x ;

limitq[g, 0]

النهاية غير موجودة

h[x_]:= 1/x^2 ;

limitq[h, 0]

النهاية موجودة وهي ∞

s[x_]:= Sin[7x]/(3x) ;

limitq[s, 0]

النهاية موجودة وهي $\frac{7}{3}$

الاستمرار :

نعلم أن الدالة $f(x)$ تكون مستمرة عند نقطة x_1 إذا تحقق :

$$\lim_{x \rightarrow x_1} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_1} f(x) = f(x_1)$$

تمارين :

عرف دالة وسمها *countinusq* تختبر ما إذا كانت الدالة $f(x)$ مستمرة عند النقطة x_1 أم غير مستمرة . ثم تحقق من خلالها ما إذا كانت الدالة التالية مستمرة عند الصفر.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & ; x \leq 0 \\ 1 & ; x > 0 \end{cases}$$

الحل :

```
countinusq [f_,x1_]:= (
a = Limit [ f[x] ,x → x1 ,Direction → 1 ];
b = Limit [ f[x] ,x → x1 ,Direction → -1 ];

c= f[x1] ;
If [a == b == c,Print[ x1 , " الدالة مستمرة عند " ,
Print[x1 , " الدالة غير مستمرة عند "]] )

f[x_]:= 0/; x ≤ 0
f[x_]:= 1/; x > 0
countinusq [f,0]
```

الدالة غير مستمرة عند 0



مكتبة
A to Z