كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : بنى جبرية١

المحاضرة : الرابعة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

التمرين الأول: R علاقة ثنائية معرفة على $\mathbb{Z}$

$xRy \Leftrightarrow x^2-5x = y^2-5y$

أثبت أن R علاقة تكافؤ ثم أوجد صفوف التكافؤ واستنتج صفة التكافؤ من $\mathbb{Z}$

الحل:

R انعكاسية لأن:

$\forall x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x^2-5x = x^2-5x \Rightarrow xRx$

ومنه R انعكاسية.

R تناظرية:

$\forall x,y \in \mathbb{Z}$

$xRy \Rightarrow x^2-5x = y^2-5y$

$\Leftrightarrow y^2-5y = x^2-5x \Rightarrow yRx$ ومنه R متناظرة

R متعدية:

$\forall x,y,z \in \mathbb{Z}$

$xRy \Rightarrow x^2-5x = y^2-5y$.

$yRz \Rightarrow y^2-5y = z^2-5z$

المساويات لثالث متساويان

$x^2-5x = z^2-5z \Rightarrow xRz$ ومنه R متعدية

R انعكاسية ومتعدية ومتناظرة فهي علاقة تكافؤ.

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

إيجاد صنوف التكافؤ:

$\bar{0} = \{y \in \mathbb{Z} \quad 0 R y\}$

$x^2 - 5x = y^2 - 5y$

$\bar{0} = \{y \in \mathbb{Z} \quad 0^2 - 5(0) = y^2 - 5y\}$

$\bar{0} = \{y \in \mathbb{Z} \quad 0 = y^2 - 5y\}$

$\bar{0} = \{y \in \mathbb{Z} \quad 0 = y(y-5)\}$

$\bar{0} = \{0, 5\}$

$\bar{1} = \{y \in \mathbb{Z}, 1 R y\}$

$\bar{1} = \{y \in \mathbb{Z} \quad 1^2 - 5(1) = y^2 - 5y\}$

$\bar{1} = \{y \in \mathbb{Z} \quad -4 = y^2 - 5y\}$

$\bar{1} = \{1, 4\}$

$\bar{2} = \{2, 3\}$ بنفس الطريقة

$\bar{x} = \{y \in \mathbb{Z} \quad x R y\}$

$\bar{x} = \{y \in \mathbb{Z}, x^2 - 5x = y^2 - 5y\}$

$\bar{x} = \{y \in \mathbb{Z}, x^2 - y^2 - 5x + 5y = 0\}$

$(x-y)(x+y) - 5(x-y)$

$x = \begin{cases} \text{أو} & x - y = 0 \Rightarrow x = y \\ \text{أي} & x + y - 5 = 0 \Rightarrow x = 5 - y \end{cases}$

$\bar{x} = \{x, 5 - x\}$.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

التمرين الثاني:

$\mathbb{R}^*$ الأعداد الحقيقية ماعدا الصفر.

$\forall x,y \in \mathbb{R}^* \quad xRy \Leftrightarrow xy > 0$

برهن أنّ هذه العلاقة علاقة تكافؤ وأوجد صفوف التكافؤ.

الحلّ: برهان أنّ العلاقة علاقة تكافؤ موجود في المحاضرة السابقة (دون عملي).

إيجاد صفوف التكافؤ.

$\overline{1} = \{y \in \mathbb{R}^* \quad 1Ry\}$.

$\overline{1} = \{y \in \mathbb{R}^* \quad 1.y > 0\} = \mathbb{R}^+$

$\overline{-1} = \{y \in \mathbb{R}^* \quad -y > 0$

$\overline{-1} = \{y \in \mathbb{R}^* \quad y < 0 = \mathbb{R}^-$

صفوف التكافؤ $= \{\mathbb{R}^+, \mathbb{R}^-\}$

~~التمرين الثالث~~

~~إذا كانت R علاقة تكافؤ غير انعكاسية~~

~~$\forall x \in A \quad xRx \quad (x,x) \in R$~~

~~$x \not R x$~~

التمرين الثالث: إذا كانت R علاقة تكافؤ على A

أثبت أنّ R^{-1} علاقة تكافؤ على A.

الحلّ:

① R^{-1} انعكاسية لأنّ R علاقة تكافؤ غير انعكاسية

$\forall x \in A \quad xRx \quad (x,x) \in R$

$(x,x) \in R^{-1} \Leftarrow xR^{-1}x \Leftarrow$ R^{-1} انعكاسية

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

② علاقة تناظرية R^{-1}:

$\forall x,y \in A \quad (x,y) \in IR^{-1}$

$(y,x) \in IR \iff (x,y) \in IR$

$(y,x) \in R^{-1}$

R^{-1} تناظرية.

③ R^{-1} متعدية

$\forall x,y,z \in A$

$(x,y) \in IR^{-1}$ و $(y,z) \in R^{-1}$ $\Rightarrow$ $(y,x) \in IR$ و $(z,y) \in IR$

R تكافؤ ضرب متعدية

$(y,x) \in IR$

$(x,z) \in IR^{-1}$

IR^{-1} انعكاسية وتناظرية ومتعدية ضرب علاقة تكافؤ.

التمرين الرابع: عيّن صفوف التكافؤ المتساوية في Z_{15}:

$\{\bar{2}, \bar{6}, \bar{4}, \bar{7}, \bar{15}, \bar{17}, \bar{24}\}$

$\bar{24} = \bar{4}$

$\bar{17} = \bar{2}$

$\bar{15}$

$\bar{7} = \bar{2}$ و $-\bar{6} = -\bar{1}$

وظيفة:

لتكن Q مجموعة الأعداد الحقيقية $\forall a,b \in Q \quad aRb \iff a-b \in Z$

أثبت أنّ R علاقة تكافؤ واكتب صفوف التكافؤ

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z