كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : بنى جبرية١

المحاضرة : الثالثة/عملي/

{{ A to Z مكتبة }}

Facebook Group : A to Zمكتبة

التمرين الأول: لتكن R_1 علاقة ثنائية معرفة على
$\mathbb{R}$ مجموعة الأعداد الحقيقية معرفة بالشكل التالي
$\forall x,y\in\mathbb{R} \quad xR_1y \Leftrightarrow x+y\geq 2$
ابحث في شروط العلاقة الثنائية
الحل:
R_1 ليست انعكاسية لأنه $x=\frac{1}{2}$
$\Rightarrow \frac{1}{2}+\frac{1}{2}\ngeq 2 \Rightarrow x \not R_1 x$
R_1 تناظرية لأنه $x+y\geq 2$ نفسها $y+x\geq 2$
$\forall x,y\in\mathbb{R} \Rightarrow xRy \Rightarrow x+y\geq 2$
$y+x\geq 2 \quad yRx$
محققة.
R تخالفية، $x=1, y=2 \Rightarrow xRy \quad 1+2\geq 2$
$yRx \Rightarrow 2+1\geq 2$
$x+y$ ليست تخالفية من ما سبق نستنتج
أنه $\mathbb{R}$ ليست علاقة تكافؤ لأنها ليست انعكاسية
وليست متعدية
التمرين الثاني: لتكن $\mathbb{R}$ علاقة ثنائية معرفة
على $\mathbb{R}$ مجموعة الأعداد الحقيقية
$\forall x,y\in\mathbb{R} \quad xR_1y \Leftrightarrow x^2+y^2\leq 4$

ابحث في شروط الانعكاسية والتخالفية والتناظرية والمتعدية

الحل:

R_1 ليست انعكاسية

$x = y \in IR$

$x^2 + x^2 = y^2 + y^2 \leq 4 \Leftrightarrow 32 \leq 4$

العلاقة ليست انعكاسية

R_1: تناظرية لأنه

$\forall x, y \in IR ,\ x R_1 y \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 4 \Rightarrow y^2 + x^2 \leq 4$

$y R_1 x$.

R_1 ليست متعدية.

$x = \sqrt{2} ,\ y = 1 ,\ z = \sqrt{3}$.

$x R_1 y \qquad 2 + 1 \leq 4$

$y R_1 z \qquad 1 + 3 \leq 4$

$x R_1 z \qquad 2 + 3 \leq 5$

$x \cancel{R_1} z$

ليست تخالفية

R_1 ليست تخالفية

$x = 1 ,\ y = \sqrt{2}$

$1 + 2 \leq 4 \quad x R y$

$y R x \Leftrightarrow x \neq y$

التمرين الثالث: $\mathbb{R}^*$ مجموعة الأعداد الحقيقية ماعدا الصفر

$\forall x,y \in \mathbb{R}^* \quad xRy \rightarrow xy>0$

الحل: R علاقة انعكاسية

$\forall x \in \mathbb{R}^* \quad x.x>0 \Rightarrow x^2>0 \Rightarrow xRx$

ومنه R انعكاسية

R علاقة تناظرية:

$\forall x,y \in \mathbb{R}^* \quad xRy \Leftrightarrow x.y>0$

$y.x>0$

yRx

R متعدية $\Leftarrow$

$x=-1$

$y=-2$

$z=-3$

$\forall x,y,z \in \mathbb{R}^*$

$xRy \Leftrightarrow x.y>0$

$yRz \Leftrightarrow y.z>0$

$(x.y)(y.z)>0$

$xy^2z>0$

$xz>0 \Rightarrow$

xRR

R انعكاسية ومتناظرية ومتعدية وهي تكافؤ ولكن

R ليست تخالفية.

التمرين الرابع: نقول عن العلاقة R المعرّفة على المجموعة X أنها علاقة دائرية إذا تحقق الشرط

$xRy \wedge yRz \Leftrightarrow zRx$

برهن إذا كانت R علاقة انعكاسية دائرية فإنه R تكافؤ والعكس كل تكافؤ هي علاقة دائرية.

الحل:

لنبرهن أنه R علاقة تكافؤ يجب اثبات R انعكاسية

وهنا بالفرض $\forall x \in X \Rightarrow xRx$

$(xRy) \wedge (yRy) \Leftrightarrow yRx$

دائرية وحسب التعريف.

R تناظرية

R متعدية

دائرية $(xRy) \wedge (yRz) \Rightarrow yRx$

وهي تناظرية $xRz \Leftarrow$ فهي متعدية.

R انعكاسية وتناظرية ومتعدية فهي تكافؤ

العكس:

الفرض: R تكافؤ والطلب R دائرية

R تكافؤ فهي انعكاسية وتناظرية ومتعدية

R متعدية $\Rightarrow$ xRz $xRy \wedge yRz \Leftrightarrow$

R تناظرية zRx

$xRy \wedge yRz \Leftrightarrow yRx$

فهي دائرية

انتهت المحاضرة