كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : معادلات تفاضلية جزئية

المحاضرة : الثالثة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

(1) $u_{tt} = 16 u_{xx}$

$u(x,0) = \ln(1+x^2)$

$u_t(x,0) = 2$

الحل:

$u_{tt} - 16 u_{xx} = 0$

$(D_t^2 - 16 D_x^2) u = 0$

$(D_t - 4D_x)(D_t + 4D_x) u = 0$

$u = f_1(x+4t) + f_2(x-4t)$

الشرط الأول: $u(x,0) = \ln(1+x^2)$

$u(x,0) = f_1(x) + f_2(x) = \ln(1+x^2)$ (1)

الشرط الثاني: $u_t(x,0) = 2$

$4 f_1'(x+4t) - 4 f_2'(x-4t) = 0$

$\Rightarrow u_t(x,0) = 4 f_1'(x) - 4 f_2'(x) = 2$

$\Rightarrow f_1'(x) - f_2'(x) = \frac{1}{2}$

$f_1(x) - f_2(x) = \frac{1}{2}x + C$ (2)

(2)+(1) $\Rightarrow f_1(x) = \frac{1}{2}\left[\ln(1+x^2) + \frac{1}{2}x + C\right]$

(1)-(2) $\Rightarrow f_2(x) = \frac{1}{2}\left[\ln(1+x^2) - \frac{1}{2}x - C\right]$

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

$$\Rightarrow u = \frac{1}{2}\left[\ln\left(1+(x+4t)^2\right) + \frac{1}{2}(x+4t) + C + \ln\left(1+(x-4t)^2\right) - \frac{1}{2}(x-4t) - C\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\ln\left(1+(x+4t)^2\right) + \ln\left(1+(x-4t)^2\right) + 4t\right]$$

(2) $u_{tt} = u_{xx}$

$u(x,0) = e^{-x^2}$

$u_t(x,0) = \cos^2 x$

$u_{tt} - u_{xx} = 0$

$(D_t^2 - D_x^2)u = 0$

$(D_t - D_x)(D_t + D_x)u = 0$

$u(x,t) = f_1(x+t) + f_2(x-t)$ (1)

الشرط الأول:

$u(x,0) = f_1(x) + f_2(x) = e^{-x^2}$ (1)

الشرط الثاني:

$u_t(x,0) = f_1'(x) - f_2'(x) = \frac{1+\cos 2x}{2}$

$f_1(x) - f_2(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x + C$ (2)

$\Rightarrow$

(1)+(2) $f_1(x) = \frac{1}{2}e^{-x^2} + \frac{1}{4}x + \frac{1}{8}\sin 2x + \frac{1}{2}C$

(1)-(2) $f_2(x) = -\frac{1}{4}x - \frac{1}{8}\sin 2x - \frac{1}{2}C + \frac{1}{2}e^{-x^2}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$u(x,t) = \frac{1}{2}e^{-(x+t)^2} + \frac{1}{4}(x+t) + \frac{1}{8}\sin(2(x+t)) - \frac{1}{4}(x-t) - \frac{1}{8}\sin(x-t) + \frac{1}{2}e^{-(x-t)^2}$$

(3) وتر طوله $L = 2\pi$ مثبت بنهايتيه يُعرف الوتر في حالة التوازن بحركة بسرعة ابتدائية تعطى بالعلاقة $\sin x$ عند $t=0$

اكتب النموذج الرياضي الذي يصف الآلة.

الحل:

$$u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0$$

$$u(0,t) = u(2\pi,t) = 0$$

$$u(x,0) = 0$$

$$u_t(x,0) = \sin x$$

(4) وتر موجبة الابتدائي $\sin x$ وسرعته الابتدائية معدومة

اكتب النموذج الرياضي الذي يصف الآلة ثم حلها من أجل $c=1$

الحل:

$$u_{tt} = c^2 u_{xx}$$

الشروط الابتدائية / $u(x,0) = \sin x$

الشروط الحدية $u_t(x,0) = 0$

من أجل $c=1$ ⟸

$$u_{tt} = u_{xx}$$

$$u_{tt} - u_{xx} = 0$$

$$(D_t^2 - D_x^2)u = 0$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$(D_t - D_x)(D_t + D_x)u = 0$$

$$u(x,t) = f_1(x+t) + f_2(x-t)$$

الشرط الأول:

$$u(x,0) = f_1(x) + f_2(x) = \sin x \quad (1)$$

الشرط الثاني:

$$u_t(x,t) = f_1'(x+t) - f_2'(x-t)$$

$$u_t(x,0) = f_1'(x) - f_2'(x) = 0$$

$$f_1(x) - f_2(x) = C \quad (2)$$

(1)+(2) $$f_1(x) = \frac{1}{2}\sin x + \frac{C}{2}$$

1-2 $$f_2(x) = \frac{1}{2}\sin x - \frac{C}{2}$$

$$u(x,t) = \frac{1}{2}\left(\sin(x+t) + \sin(x-t)\right)$$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z