كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الرابعة

المادة : نظرية الاعداد

المحاضرة : الثالثة /عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

تمرين (1): أوجد الحلول المختلفة للتطابق $9x \equiv 21 \pmod{3a}$ ؟

الحل: $a=9 \quad b=21 \quad m=3a$

$d=\gcd(a,m)=\gcd(9,3a)=3$

نلاحظ بأنّ $d \mid b$ بالتّالي التّطابق قابل للحل ويملك 3 حلول مختلفة (بالنّسبة للمقاس $3a$) وهي:

$$\{x_0+k.m_1 \ ; \ 0 \le k \le 2 \ \& \ m_1=\frac{m}{d}=1a\}$$

$$=\{x_0, x_0+m_1, x_0+2m_1\}=\{x_0, x_0+1a, x_0+2a\}$$

لنوجد x_0:

$$9x \equiv 21 \pmod{3a}$$

$$3x \equiv 7 \pmod{1a}$$

$$9x \equiv 21 \pmod{1a}$$

$$-x \equiv 1 \pmod{1a}$$

$$x \equiv 9 \pmod{1a} \Rightarrow x_0=9$$

بالتّالي الحلول المختلفة للتطابق المعطى هي: $\{9, 19, 29\}$

تمرين (2): أوجد الحلول المختلفة للتّطابق: $8x \equiv 16 \pmod{2a}$ ؟

الحل: $a=8 \quad b=16 \quad m=2a$

$d=\gcd(a,m)=\gcd(8,2a)=4$

نُلاحظ بأنّ $d \mid b$ بالتّالي التّطابق يملك أربع حلول مختلفة (بالنّسبة للمقاس $2a$) وهي:

$$\{x_0+km_1 \ ; \ 0 \le k \le 3 \ \& \ m_1=\frac{m}{d}=5\}$$

$= \{x_0, x_0+5, x_0+10, x_0+15\}$

لنوجد x_0 :

$8x \equiv 16 \pmod{20}$

$2x \equiv 4 \pmod 5$

$\Rightarrow 6x \equiv 12 \pmod 5 \Rightarrow x \equiv 2 \pmod 5$

$\Rightarrow \boxed{x_0 = 2}$

بالتّالي الحلول هي :

$\{2, 7, 12, 17\}$

تمرين (3) :

$14x \equiv 21 \pmod{35}$

الحل:

$a = 14 \quad b = 21 \quad m = 35$

$d = \gcd(14, 35) = 7$

نُلاحظ بأنّ $d \mid b$ بالتّالي التّطابق قابل للحل ويملك 7 حلول مختلفة بالنّسبة للمقاس 35 والحلول هي :

$\{x_0 + km_1 \; ; \; 0 \le k \le 6 \;\&\; m_1 = \frac{m}{d} = 5\}$

$= \{x_0, x_0+5, x_0+10, x_0+15, x_0+20, x_0+25, x_0+30\}$

$14x_0 \equiv 21 \pmod{35}$

$2x_0 \equiv 3 \pmod 5$

$6x_0 \equiv 9 \pmod 5 \Rightarrow x_0 \equiv 4 \pmod 5$

$\Rightarrow \boxed{x_0 = 4}$

بالتّالي الحلول هي : $\{4, 9, 14, 19, 24, 29, 34\}$

تمرين (4) :

$15x \equiv 25 \pmod{35}$

الحل:

$a = 15 \quad b = 25 \quad m = 35$

$d = \gcd(15, 35) = 5$

نُلاحظ أنّ $d \mid b$ بالتّالي التّطابق قابل للحل ويملك خمسة حلول

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مختلفة (بالنسبة للتطابق 35) وهي:

$$\{x_0 + km_1 \; ; \; 0 \le k \le 4 \; , \; m_1 = \frac{m}{d} = 7\}$$

$$= \{x_0 \; , \; x_0 + 7 \; , \; x_0 + 14 \; , \; x_0 + 21 \; , \; x_0 + 28\}$$

ايجاد x_0:

$$15x \equiv 25 \pmod{35}$$

$$3x \equiv 5 \pmod{7}$$

$$6x \equiv 10 \pmod{7}$$

$$\Rightarrow -x \equiv 3 \pmod{7}$$

$$x \equiv -3 \pmod{7}$$

$$x \equiv 4 \pmod{7} \Rightarrow \boxed{x_0 = 4}$$

بالتالي حلول التطابق هي:

$$\{4, 11, 18, 25, 32\}$$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة