كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : تحليل عقدي١

المحاضرة : الاولى/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2026

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

السؤال الأول :

أثبت صحة كل من الملاحظات الآتية:

1) $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1}\,\overline{z_2}$

$$l_2 = \overline{z_1}\,\overline{z_2} = (x_1 - i y_1)(x_2 - i y_2)$$
$$= x_1 x_2 - x_1 y_2 i - x_2 y_1 i - y_1 y_2$$
$$= x_1 x_2 - y_1 y_2 - (x_1 y_2 + y_1 x_2) i$$
$$= \overline{z_1 z_2}$$
$$\Rightarrow l_1 = l_2$$

2) $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$

$$l_2 = \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}} = \frac{x_1 - i y_1}{x_2 - i y_2} \cdot \frac{x_2 + i y_2}{x_2 + i y_2}$$
$$= \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2} + \frac{x_1 y_2 - x_2 y_1}{x_2^2 + y_2^2} i = \overline{\frac{z_1}{z_2}} = l_1$$

3) $\overline{z_1} + \overline{z_2} = \overline{z_1 + z_2}$

$$l_1 = x_1 - i y_1 + x_2 - i y_2 = (x_1 + x_2) + (y_1 + y_2) i$$
$$= x_1 + i y_1 + x_2 + i y_2 = z_1 + z_2 = l_2$$

السؤال الثاني :

أوجد حل المعادلة : $(x-iy)(a-ib)=i^5$

حيث : $|a| \neq |b|$, $a,b \in \mathbb{R}$

$ax-bix-ayi-by=i^5=i$

$ax-by-(xb+ay)i=i$

$ax-by=0$ & $xb+ay=1$

$x=\frac{b}{a}y \Rightarrow \frac{b^2}{a}y+ay=1$

$(b^2+a^2)y=a \Rightarrow y=\frac{a}{b^2+a^2}$

$x=\frac{b}{b^2+a^2}$

وظيفة :

$(3x-yi)(2+i)+(x+iy)(1+2i)=5+6i$

$\frac{1}{z-i}+\frac{2+i}{1+i}=\sqrt{2}$; $z=x+iy$

السؤال الثالث :

أثبت أن $\frac{\sqrt{1+x^2}+ix}{x-i\sqrt{1+x^2}}=i$

$L_1=\frac{\sqrt{1+x^2}+ix}{x-i\sqrt{1+x^2}} \cdot \frac{x+i\sqrt{1+x^2}}{x+i\sqrt{1+x^2}}$

$=\frac{x\sqrt{1+x^2}+i(1+x^2)+ix^2-x\sqrt{1+x^2}}{x^2+1+x^2}=\frac{(1+2x^2)i}{1+2x^2}=i$

$=L_2$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

السؤال الرابع:

أوجد السعة الأساسية للأعداد العقدية:

1) $z = -2 + 2\sqrt{3}i$

$x = -2 < 0$ & $y = 2\sqrt{3} > 0$

$\arg z = \pi + \text{arc tg} -\sqrt{3} = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$

2) $4 + 3i = z$

$x = 4 > 0 \Rightarrow \arg z = \text{arc tg} \frac{-3}{4} \Rightarrow$

$\arg z = -\text{arc tg} \frac{3}{4}$

3) $-4 + 3i = z$ (وظيفة)

4) $z = -\cos\frac{\pi}{5} + i\sin\frac{\pi}{5}$

$\arg z = \pi + \text{arc tg} \frac{-\sin\frac{\pi}{5}}{\cos\frac{\pi}{5}}$

$\arg z = \pi + \arg \text{tg}\left(-\text{tg}\frac{\pi}{5}\right) = \pi - \frac{\pi}{5} = \frac{4\pi}{5}$

5) $z = \cos\alpha - i\sin\alpha$; $\left(\pi < \alpha < \frac{2\pi}{3}\right)$

(وظيفة)

السؤال الخامس:

اكتب كلاً من الأعداد العقدية بالشكل المثلثي:

1) $-2 = z \Rightarrow z = 2(\cos\pi + i\sin\pi)$

2) $z = 2i \Rightarrow z = 2\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

3) $-\sqrt{2}+i\sqrt{2}=z \Rightarrow |z|=2$

$\arg z=\pi+\text{arc tg}-1=\pi-\frac{\pi}{4}$

$\arg z=\frac{3\pi}{4}$

$\Rightarrow z=2\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

السؤال الرابع:

اكتب الأعداد العقدية بالشكل الأسي:

1) -2 / 2) i / 3) $5+3i$ مظهرية

4) $-1-\sqrt{3}i=z \Rightarrow |z|=2$

$\arg z=-\pi+\text{arc tg}\sqrt{3}=-\pi+\frac{\pi}{3}$

$\arg z=-\frac{2\pi}{3} \Rightarrow z=2e^{-\frac{2\pi}{3}i}$

5) $-i=z \Rightarrow z=e^{-i\frac{\pi}{2}}$

السؤال الرابع:

اذا كان $z=\frac{1-i}{1+i}$ ، احسب $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$

ب: $\frac{1-i}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}=\frac{-2i}{2}=-i$

$\Rightarrow (-i)^8=1$

ب: $r=1$ ، $\theta=\frac{-\pi}{2}$

$z=1\left[\cos\left(\frac{-\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{-\pi}{2}\right)\right]$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$z^8 = 1\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{-\pi}{2}\right)\right]^8$$

$$z^8 = 1\left[\cos(4\pi) + i\sin(-4\pi)\right]$$

$$z^8 = 1$$

وظيفة : [2] $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{40}$ / [3] $(\sqrt{3}-3i)^6$

السؤال الثاني :

باستخدام صيغة دوموافر أوجد بدلالة قوى كلاً من

$\sin 3\theta$ ، $\cos 3\theta$ إيجاد $\sin\theta$ ، $\cos\theta$

الحل : لنبرهن في صيغة دوموافر :

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$$

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^3 = \cos 3\theta + i\sin 3\theta \qquad [n=3]$$

$$\cos^3\theta - 3\cos\theta\sin^2\theta + 3\cos^2\theta(i\sin\theta) - i\sin^3\theta =$$

$$\cos 3\theta + i\sin 3\theta$$

$$\cos^3\theta - 3\cos\theta\sin^2\theta + (3\cos^2\theta\sin\theta - \sin^3\theta)i$$

$$= \cos 3\theta + i\sin 3\theta$$

بالتالي فإن :

$$\cos 3\theta = \cos^3\theta - 3\cos\theta\sin^2\theta$$

$$\sin 3\theta = 3\cos^2\theta\sin\theta - \sin^3\theta$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

وظيفة

- أوجد كل الأعداد العقدية التي تحقق المساواة $\overline{z} = z^2$

- أوجد كل من x, y بدلالة u, v بالعلاقة:

$$\frac{1}{x+iy} + \frac{1}{u+iv} = 1 \quad ; \quad x, y, u, v \in \mathbb{R}$$

انتهت المحاضرة.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z