كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : نظرية الاحتمالات

المحاضرة : الثانية/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2026

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

السؤال الأول:

في تجربة رمي قطعتي نقود نعرف المتغير العشوائي X الذي يأخذ القيمة 1 إذا استقرت قطعة النقود الأولى على الوجه H ويأخذ القيمة 0 إذا استقرت قطعة النقود الأولى على الوجه T كما نعرف متغير عشوائي آخر Y يأخذ القيمة 1 إذا استقرت قطعة النقود الثانية على الوجه H ويأخذ القيمة 5 إذا استقرت قطعة النقود الثانية على الوجه T ونعرف $Z = X \cdot Y$ أوجد ثم المتغير العشوائي ودالة توزيعه الاحتمالي.

الحل:

فضاء العينة هو:

$$S = \{(H,H), (H,T), (T,H), (T,T)\}$$

$$X = \{0,1\} \quad , \quad Y = \{1,5\}$$

$$Z = X \cdot X = \{0,1,5\}$$

نوجد f_Z دالة التوزيع الاحتمالية وهي:

$$f(0) = P(\{(T,T), (T,H)\}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$f(1) = P\{(H,H)\} = \frac{1}{4}$$

$$f(5) = P\{(H,T)\} = \frac{1}{4}$$

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

السؤال الثاني:

Z متغير عشوائي يتبع التوزيع الهندسي.

$$P(Z) = (1-\alpha)^{Z}\alpha$$

احسب احتمال إذا كانت $P(5 \leq Z \leq 9)$

الحل:

$$P(5 \leq Z \leq 9) = P(5) + P(6) + P(7) + P(8) + P(9)$$

$$= (1-\alpha)^5\alpha + (1-\alpha)^6\alpha + (1-\alpha)^7\alpha + (1-\alpha)^8\alpha + (1-\alpha)^9\alpha$$

$$= (1-\alpha)^5\alpha\left[1 + (1-\alpha) + (1-\alpha)^2 + (1-\alpha)^3 + (1-\alpha)^4\right]$$

السؤال الثالث:

X متغير عشوائي يتبع توزيع ثنائي الحد حيث $X \sim (12(\alpha))$

أوجد α حتى يكون $P(X=11)$ أكبر ما يمكن.

الحل:

$$P(X=11) = P(11) = \binom{12}{11}\alpha^{11}(1-\alpha)^{12-11}$$

$$= \frac{12!}{11!\,(12-11)!}\alpha^{11}(1-\alpha) = 12\alpha^{11}(1-\alpha)$$

حتى تكون أكبر ما يمكن يجب أن يكون:

$$12(1-\alpha) = 1$$

بما أن $0 < 1-\alpha < 1$ وبالتالي:

$$12(1-\alpha) = 1 \Rightarrow 1-\alpha = \frac{1}{12} \Rightarrow \alpha = 1 - \frac{1}{12}$$

$$\alpha = \frac{11}{12}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

ب) متى يكون احتمال $X=11$ أكبر ما يمكن يجب أن يكون

$$P(X=11)=f(11)=\frac{12!}{11!,(12-11)!}\alpha^{11}(1-\alpha)=12\alpha^{11}(1-\alpha)$$

لإيجاد أكبر ما يمكن نتبع الخطوات التالية:

1) نشتق الدالة بالنسبة لـ α

2) نوجد النقطة الحرجة $f'(\alpha)=0$

3) نحدد قيمة التعظيم والتي تعظم الاحتمال:

$$f(\alpha)=12\alpha^{11}(1-\alpha)\Rightarrow f'(\alpha)=12\left[11\alpha^{10}(1-\alpha)-\alpha^{11}\right]$$
$$=12\alpha^{10}(11(1-\alpha)-\alpha)$$
$$=12\alpha^{10}(11-12\alpha)$$
$$f'(\alpha)=0\Rightarrow 12\alpha^{10}(11-12\alpha)=0\Rightarrow 11-12\alpha=0$$
$$\Rightarrow \alpha=\frac{11}{12}$$

علماً أننا رفضنا $\alpha=0$ كالقيمة التي تعظم الاحتمال عندما $P(X=11)$ هي $\alpha=\frac{11}{12}$

السؤال الرابع:

X يتبع توزيعاً هندسياً معلمته $\alpha=\frac{1}{5}$ أي $X\sim\left(\frac{1}{5}\right)$

احسب $P(X^2\leq 15)$ حيث أن قيم x هي $0,1,2,\ldots$

الحل:

$$x^2\leq 15\Rightarrow X=0,1,2,3$$
$$P(X^2\leq 15)=P(x\in[0,1,2,3])=$$
$$P(0)+P(1)+P(2)+P(3)$$
$$=(1-\alpha)^0\alpha+(1-\alpha)\alpha+(1-\alpha)^2\alpha+(1-\alpha)^3\alpha$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

نفرض $\alpha = \frac{1}{5}$

$$P(X^2 \leq 15) = \left(\frac{4}{5}\right)^0\left(\frac{1}{5}\right) + \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{1}{5}\right) + \left(\frac{4}{5}\right)^2\left(\frac{1}{5}\right) + \left(\frac{4}{5}\right)^3\left(\frac{1}{5}\right)$$

$$= \frac{1}{5}\left[1 + \frac{4}{5} + \frac{16}{25} + \frac{64}{125}\right] = \frac{1}{5}\left[\frac{369}{125}\right]$$

$$P(X^2 \leq 15) = 0.6336$$

السؤال الخامس :

نفرض أن لاعب كرة سلة يصيب الهدف (الـ 9) بـ مكان معين على أرض الملعب باحتمال قدره 0.35

1) ما هو احتمال أن يصيب اللاعب الهدف ثلاث مرات خلال عشر محاولات (10 رميات)

التوزيع ثنائي الحد عدد الرميات $n = 10$ ، $x = 3$ ، $\alpha = 0.35$

$$P(X=3) = \binom{10}{3}(0.35)^3(0.65)^7$$

$$= \frac{10!}{3!\,7!}(0.35)^3(0.65)^7 = 0.25$$

2) ما احتمال أن يصيب اللاعب الهدف بأول مرة من الرمية العاشرة

التوزيع هندسي :

$x = 9$ ، $\alpha = 0.35$

$$P(9) = (0.65)^9(0.35) = 0.0074$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

ج) ما احتمال أن يصيب اللاعب الهدف مرتين بعد أن يرمي 10 رميات.

توزيع ثنائي الحدين:

$r=2 \quad , \quad \alpha=0.35 \quad , \quad x=8$

فإن رميات مثل حتى الوصول إلى 2 نجاح

$$P(x=8)=\binom{2-1+8}{2-1}(1-\alpha)^8\alpha^2$$

$$=\binom{9}{1}(0.65)^8(0.35)^2 \quad =0.035$$

السؤال السادس:

في كيس يحوي 1000 كرة متماثلة واحدة منها سوداء و الباقي 999 كرات بيضاء تقوم بسحب 100 كرة عشوائياً على التالي مع إعادة ، استخدم توزيع بواسون لتقريب احتمال الحصول على ثلاث كرات سوداء خلال 100 محاولة.

الحل:

توزيع بواسون هو تقريب إلى توزيع ثنائي الحد عندما يكون عدد مرات تكرار التجربة كبير و احتمال النجاح ضئيل وهذا ما ينطبق على الحالة حيث أن احتمال النجاح في كل مرة تسحب فيها كرة هو $\alpha=\frac{1}{1000}$ وعدد مرات تكرار التجربة هي $n=100$ في هذه الحالة أي أن λ_s هو معلم توزيع بواسون ويعطى بالعلاقة:

$$\frac{\lambda}{n}=\alpha \Rightarrow \lambda=n\alpha \Rightarrow \lambda=\frac{100}{1000}=\frac{1}{10}$$

$$P(x)=\frac{\lambda^x}{x!}e^{-\lambda} \Rightarrow P(x=5)=\frac{(\frac{1}{10})^5}{5!}e^{-1/10}$$

انتهت الصفحة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة