كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الرابعة

المادة : تحليل عددي ٢

المحاضرة : الاولى /عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

التحليل العددي - محاضرة أولى (عملي) - السنة الرابعة - قسم الرياضيات

كثيرات حدود تشبيشيف وتطبيقاتها في Mathematica

لاستدعاء كثيرة حدود تشبيشيف من المرتبة n نستخدم التعليمة التالية: ChebyshevT$[n,x]$ على سبيل المثال:

```
In[1]:= ChebyshevT[5, x]

Out[1]= 5 x - 20 x^3 + 16 x^5
```

لاستدعاء كثيرات حدود تشبيشيف من الدرجة 1 حتى 10 نستخدم التعليمة التالية:

```
In[2]:= Table[ChebyshevT[n, x], {n, 10}]

Out[2]= {x, -1 + 2 x^2, -3 x + 4 x^3, 1 - 8 x^2 + 8 x^4,
         5 x - 20 x^3 + 16 x^5, -1 + 18 x^2 - 48 x^4 + 32 x^6,
         -7 x + 56 x^3 - 112 x^5 + 64 x^7, 1 - 32 x^2 + 160 x^4 - 256 x^6 + 128 x^8,
         9 x - 120 x^3 + 432 x^5 - 576 x^7 + 256 x^9,
         -1 + 50 x^2 - 400 x^4 + 1120 x^6 - 1280 x^8 + 512 x^10}
```

نلاحظ أن كثيرات الحدود ظهرت بجانب بعضها البعض، أما اذا أردنا اظهارها بترتيب عمودي نستخدم التعليمة:

```
In[3]:= TableForm[Table[ChebyshevT[n, x], {n, 10}]]

Out[3]//TableForm=
x
-1 + 2 x^2
-3 x + 4 x^3
1 - 8 x^2 + 8 x^4
5 x - 20 x^3 + 16 x^5
-1 + 18 x^2 - 48 x^4 + 32 x^6
-7 x + 56 x^3 - 112 x^5 + 64 x^7
1 - 32 x^2 + 160 x^4 - 256 x^6 + 128 x^8
9 x - 120 x^3 + 432 x^5 - 576 x^7 + 256 x^9
-1 + 50 x^2 - 400 x^4 + 1120 x^6 - 1280 x^8 + 512 x^10
```

- استدعاء كثيرات حدود تشبيشيف بواسطة تعليمة For ابتداء من كثيرة الحدود ذات الدرجة 0 حتى 10

```
In[4]:= For[i = 0, i ≤ 10, Print[ChebyshevT[i, x]]; i++]
1
x
-1 + 2 x^2
-3 x + 4 x^3
1 - 8 x^2 + 8 x^4
5 x - 20 x^3 + 16 x^5
-1 + 18 x^2 - 48 x^4 + 32 x^6
-7 x + 56 x^3 - 112 x^5 + 64 x^7
1 - 32 x^2 + 160 x^4 - 256 x^6 + 128 x^8
9 x - 120 x^3 + 432 x^5 - 576 x^7 + 256 x^9
-1 + 50 x^2 - 400 x^4 + 1120 x^6 - 1280 x^8 + 512 x^10
```

- استدعاء جذور (أصفار) كثيرات حدود تشبيشيف من 0 إلى 8

```
In[4]:= n = 9;

In[6]:= For[k = 0, k < n, Print[N[Cos[(2 * k + 1) * Pi / (2 n)]]]; k++]
0.984808
0.866025
0.642788
0.34202
0.
-0.34202
-0.642788
-0.866025
-0.984808
```

يظهر لدينا الأصفار من 0 حتى 8.

- تعامد كثيرات حدود تشبيشيف في الحالة المستمرة:

(كثيرات حدود تشبيشيف متعامدة بالنسبة لدالة الوزن $w(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ونميز الحالات الآتية)

في حالة $i \neq j \neq 0$ تصبح قيمة التكامل 0 كما في التعليمة التالية

```
In[11]:= Clear[x, n, i, j, k]

In[12]:= i = 5; j = 3;

In[13]:= Integrate[ChebyshevT[i, x] * ChebyshevT[j, x] / Sqrt[1 - x^2],
          {x, -1, 1}]

Out[13]= 0
```

في حالة $i = j \neq 0$ تصبح قيمة التكامل $\frac{\pi}{2}$ كما في التعليمة التالية:

```
In[14]:= i = 5; j = 5;

In[15]:= Integrate[ChebyshevT[i, x] * ChebyshevT[j, x] / Sqrt[1 - x^2],
          {x, -1, 1}]

Out[15]= π/2
```

في حالة $i = j = 0$ تصبح قيمة التكامل π كما في التعليمة التالية:

```
In[16]:= i = j = 0;

In[17]:= Integrate[ChebyshevT[i, x] * ChebyshevT[j, x] / Sqrt[1 - x^2],
          {x, -1, 1}]

Out[17]= π
```

- **تقريب تابع ما بالاستفادة من كثيرات حدود تشبيشيف على المجال $[-1,1]$** (الحالة المستمرة)

اكتب برنامج ماثيماتيكا لتقريب التابع $f(x) = \pi\sqrt{1-x^2}$ وفق كثيرات حدود تشبيشيف من الدرجة 2 حتى الدرجة 4 على المجال $[-1,1]$.

```
In[1]:= f[x_] := Pi * Sqrt[1 - x^2];

In[2]:= w[x_] := 1 / Sqrt[1 - x^2];

In[3]:= a0 = 1 / Pi * Integrate[w[x] * f[x] * ChebyshevT[0, x], {x, -1, 1}]

Out[3]= 2
```

In[5]:=
```
For[i = 1, i ≤ 4,
  a[i] = 2 / Pi * Integrate[w[x] * f[x] * ChebyshevT[i, x],
    {x, -1, 1}]; Print["a ", i, "=", a[i]]; i++]
```

a 1=0

a 2=$-\frac{4}{3}$

a 3=0

a 4=$-\frac{4}{15}$

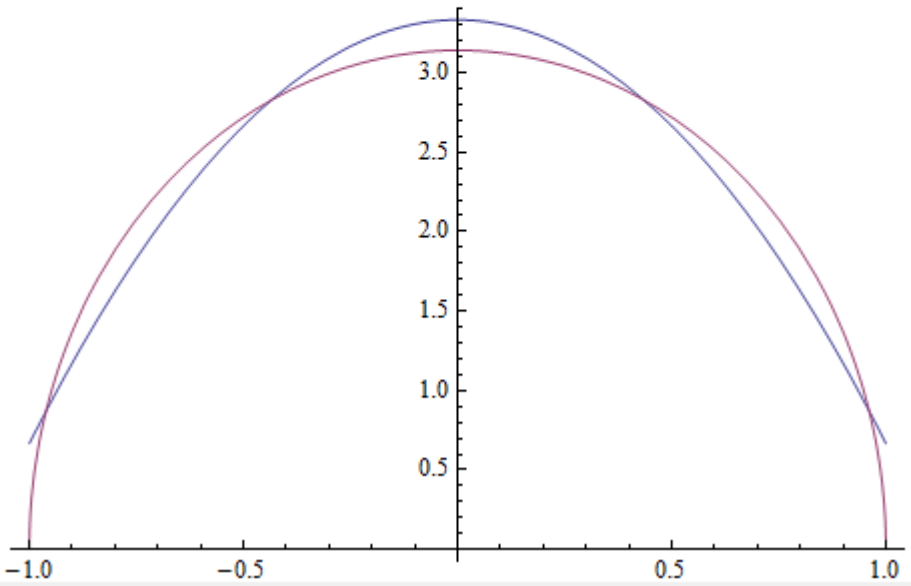
```
p2[x_] := Simplify [a0 + a[1] * x + a[2] * ChebyshevT[2, x]]
```

In[7]:=
```
p3[x_] :=
  Simplify[a0 + a[1] * x + a[2] * ChebyshevT[2, x] +
    a[3] * ChebyshevT[3, x]]
```

In[8]:=
```
p4[x_] := Simplify[p3[x] + a[4] * ChebyshevT[4, x]]
```

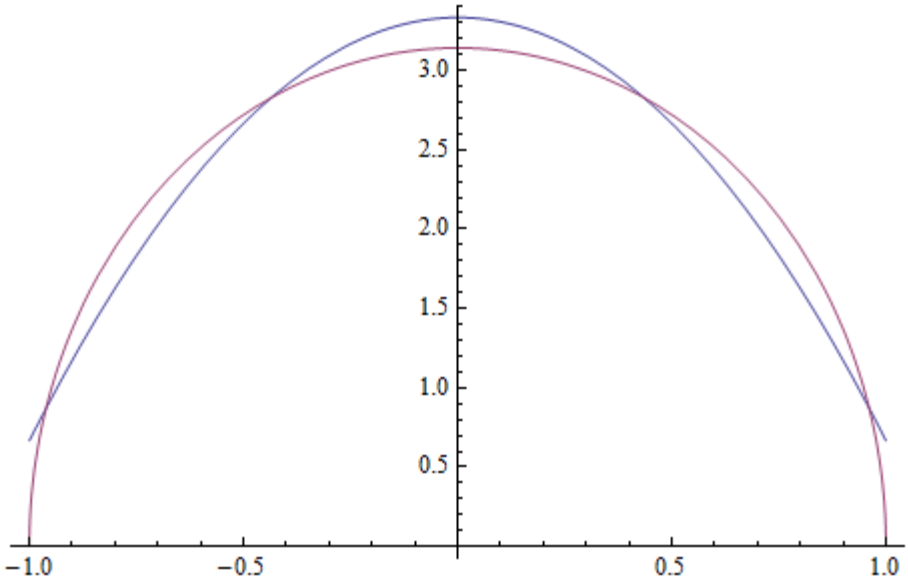
In[9]:=
```
Plot[{p2[x], f[x]}, {x, -1, 1}]
```

Out[9]=



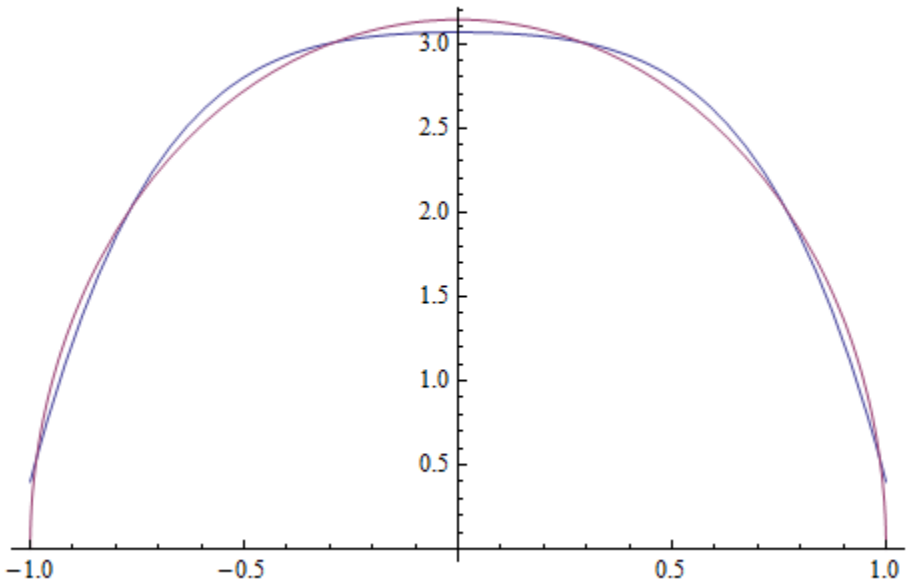
In[10]:= `Plot[{p3[x], f[x]}, {x, -1, 1}]`

Out[10]=



In[11]:= `Plot[{p4[x], f[x]}, {x, -1, 1}]`

Out[11]=



نلاحظ من الرسومات البيانية اقتراب الخط البياني للدالة f (الأحمر) من الخط البياني للدالة p4 (الأزرق).